

6 の解説

$$\frac{3554}{1131} < \frac{m}{n} < \frac{22}{7}$$
$$\frac{161}{1131} < \frac{m-3n}{n} < \frac{1}{7}$$

ここで、 $m-3n > 0$ である。

$$7 < \frac{n}{m-3n} < \frac{1131}{161}$$
$$0 < \frac{22n-7m}{m-3n} < \frac{4}{161}$$

ここで、 $22n-7m > 0$ である。

よって、 $a = 22n - 7m, b = m - 3n$ とすると、 a, b は自然数であり、 $n = a + 7b$ である。

$\frac{a}{b} < \frac{4}{161}$ つまり $b > \frac{161}{4}a$ であり、 n を最小とする (a, b) を考える。

(i) $a = 1$ のとき

$b = 41$ のとき $n = 288$ であり、これが最小。

(ii) $a \geq 2$ のとき

$b > \frac{161}{4}a > 40a$ より、 $n = a + 7b > 281a \geq 562$ 。

(i)(ii) より、 $a = 1, b = 41$ が条件を満たし、 $(m, n) = (905, 288)$ である。