第２回湖風祭コンテスト
科学の甲子園部門

解答例

令和５年７月６日～11 日

コメント

　科学の甲子園。それは毎年筑波で全国大会が開催される，科学で交流する競技である。実際は筆記競技と実技競技が開催されるが，私たち作問者はこの筆記競技を再現すべくこの作問に取り掛かった。解いていてワクワクするような，そして出題形式も似た問題を作り出したつもりだが，存分に楽しんでいただけただろうか。もしかすると，普段解かない別の競技を解いてみたら，案外楽しかった，という人もいるかもしれない。実際，私たちの膳所高校は，第 11 回大会(一昨年度)と第 12 回大会(去年度)とで別の競技を担当した人が大勢いる。ぜひ皆さんも，今までなら行かなかったような新たな世界に挑戦していただけると嬉しい。

　参加していただき，どうもありがとうございました！

作問者代表　膳所高校 30920 田﨑奏楽

第２回湖風祭コンテスト
科学の甲子園部門　解答例　　第１問

チーム名	第２回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

20/20

問１この問題では太陽が沈む速さをまず考えなければならないが、太陽は本当に動いているというわけではなく、地球の自転によって動いているように見えるのである。そこで、太陽が北緯40°地点を24時間かけて一周すると考えて太陽の速さを求める。

北緯40°地点の一周の距離は、$R\times\cos40° \times 2\times\pi \fallingdotseq 3.06\times10^4$（km）

よって太陽の沈む速さは $3.06\times10^4\div24\fallingdotseq1.28\times10^3$(km/h)であるので、メロスの走る速さは $1.28\times10^3\times10=1.28\times10^4$(km/h)

ちなみに東海道新幹線の「のぞみ」の速さは 285(km/h)。メロスが滅茶苦茶な速さで走っているのがよくわかる。

問２反発係数が１なので、メロスの速さをV、犬を蹴飛ばした後のメロスの速さをV‘、蹴とばされた犬の速さをvとすると、

$$-(v-V')=V \cdots ①$$

運動量保存則より、メロスの質量をm_1、犬の質量をm_2とすると、

$$m_1V=m_1V'+m_2v \cdots ②$$

Vに問１で求めた値を、m_1に60kg、m_2に10kgを代入し、①、②を解くと、

$$m_2v=\frac{2m_1m_2V}{m_1+m_2}\fallingdotseq6.10\times10^4\ (\mathrm{N\cdot s})$$

問３犬が宇宙に飛び出さないためには、犬が宇宙に飛び出す直前で力学的エネル

ギーが0となっていればよい。よって

$$\frac{1}{2}mv^2 sin^2\theta - G\frac{Mm}{R} \leqq 0$$ より、

$$v\,sin\theta \leqq \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

よって $$\sin\theta \leqq \frac{1}{v}\sqrt{\frac{2GM}{R}} \fallingdotseq 1.8\times 10^{-3}$$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ であるので、

$$\cos\theta \geqq \sqrt{1 - sin^2\theta} = 0.99999969\cdots \fallingdotseq 9.999996\times 10^{-1}$$

（つまりほぼ地面スレスレで蹴り飛ばさないと、犬が宇宙に飛んで行ってしまうということ。メロスは誠実な人物であるから、友の命を救うために必死で走るような状況でも犬への配慮は忘れていなかったに違いない。極限状態でも精密なコントロールを欠かさなかったメロスの冷静さに私は心から拍手を送りたいと思う。）

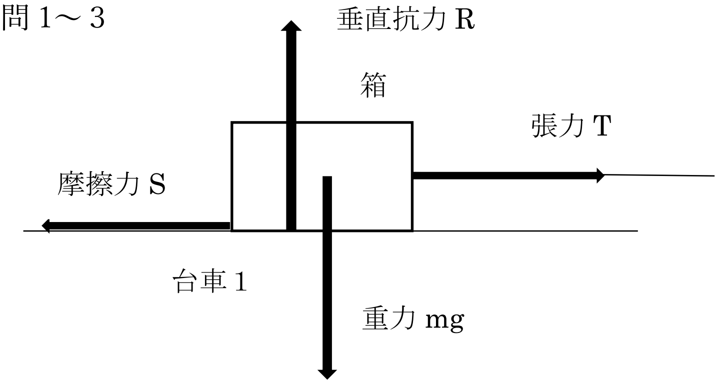
第２回湖風祭コンテスト
科学の甲子園部門　解答例　　第２問

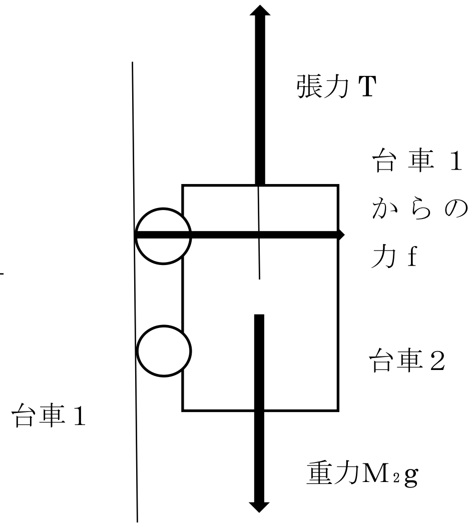
チーム名	第２回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

40/40

第２問（1998 年京都大学：改）

問 1～3





箱にはたらく力を図のように設定すると、箱についての力のつり合いから、

水平方向：T＝S　　　　鉛直方向 R＝mg（問 1）

また台車２について、　鉛直方向：$T=M_2g$

よって　　　　　　　　　$S=T=M_2g$（問 2）

（なおここでは f ＝ 0 である。）

箱がすべりださないための条件は、

$S\leqq\mu R$　つまり　$M_2\leqq\mu m$（問３）

問４～６

台車１・台車２・箱は一体となって運動しているので、その加速度の大きさを

A とすると、運動方程式は

$(M_1+M_2+m)\,a=F$　よって $a=\dfrac{F}{M_1+M_2+m}$（問 4）

台車 2 についての鉛直方向のつり合いは(1)と同じなので、

$T=M_2g$（問 5）

よって、箱の水平方向の運動方程式は

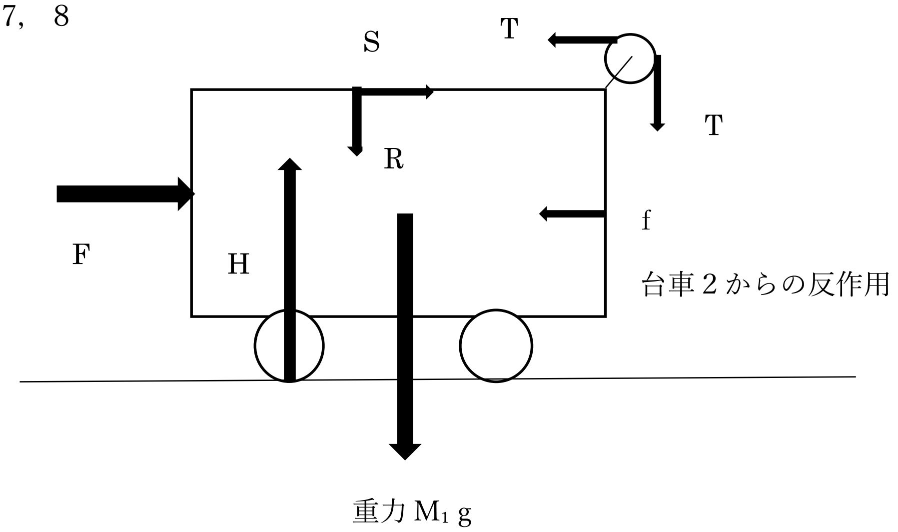
$ma=T+(-S)$（問 5）であるため、

$S=M_2g-\dfrac{m}{M_1+M_2+m}F$（問 5）

一方で台車 1 の運動方程式は、

$M_2a=f$　よって、$f=\dfrac{M_2}{M_1+M_2+m}F$（問 6）

問 7，8



台車 1 にはたらく力は図のようになる。滑車 E も台車 1 の一部である。
したがって台車 1 の運動方程式は

水平方向：$M_1a=F+S+(-T)+(-f)$
鉛直方向：$M_1\cdot 0=(-M_1g)+(-R)+(-T)+H$

となる。よって、$a=\dfrac{F+S-T-f}{M_1}$（問 7）、$H=M_1g+T+R$（問 8）

問 9　箱が台車 1 に対してすべりださないための条件は

$|S| \leqq \mu R$

である。F の上限は、$\frac{m}{M_1+M_2+m}F - M_2 g \leqq \mu mg$

よって、$F \leqq \left(\mu + \frac{M_2}{m}\right)(M_1+M_2+m)g$(問９)

問１０　摩擦がない場合に問４～６と同様の運動が実現する条件は、問５で求めた摩擦力 S が０となることなので、そのための F の値は

$M_2 g - \frac{m}{M_1+M_2+m}F = 0$　すなわち $F = \frac{M_2(M_1+M_2+m)g}{m}$

第 2 回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門　解答例　　第 3 問

チーム名	第 2 回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

30/30

問 1
(2 点)

$1s^2 2s^2 2p^3$

問 2
(4 点)

本文より s 軌道はすべての電子殻に 1 つ存在し、p 軌道は L 殻以降の電子殻に 3 つ、d 軌道は M 殻以降の電子殻に 5 つ、f 軌道は N 殻以降の電子殻に 7 つ存在する。つまり n 番目の軌道の個数をa_nとおけば$a_n = 2n - 1$が成り立つ．よって 1 つの軌道に電子が 2 個まで入ることより電子収容数はこの総和に 2 をかけたものであるから，

$$2\sum_{k=1}^{n} a_n = 2\sum_{k=1}^{n}(2n-1) = 2n^2$$

問 3
(4 点)

図 2 より 4s 軌道より 3d 軌道の方が，エネルギー準位が高いことが分かる．すなわち第 4 周期において，まずカリウム，カルシウムで N 殻の 4s 軌道に収容されたのちに，第四周期の遷移元素で M 殻の 3d 軌道に収容される．従って最外殻電子は N 殻の 2 つのままである．

問 4
(4 点)

原子が昇位しないときの 2 個の結合の代わりに，昇位した原子が 4 個の結合をつくる能力をもつようになるから，必要とした以上のエネルギーを取り戻せてまかなわれる．

問 5
(2 点)

正四面体

補足：各軌道間の反発をできるだけ小さくするため，空間的に最も離れた方向に混成軌道を伸ばす.（新研究 p58 参考）

問 6
(完 2 点)

（ウ），（オ）

補足：1 つの σ 結合と 2 つの π 結合による結合はつまり，三重結合である.

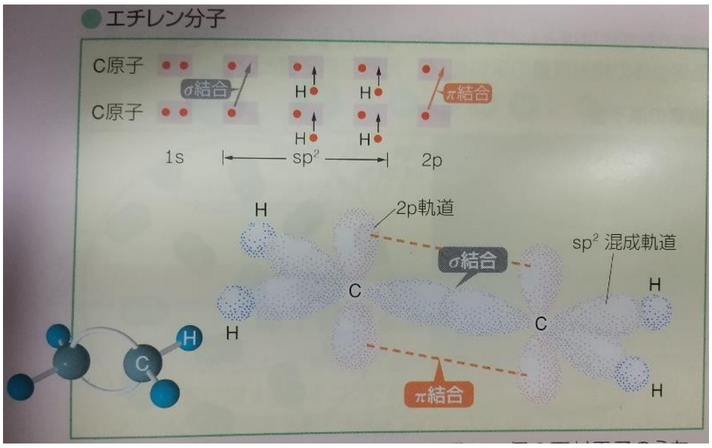
問 7　π 結合
(完 3 点)

1 つ

σ 結合

1 つ

補足：アセチレン分子の σ 結合と π 結合を右に示す.



問 8　赤色光
(各 2 点)

4s と 4p

紫色光

4s と 5p

補足：基底状態は問題文より K の電子配置は $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$

よって基底状態は 4s，最も低い励起状態は 4p，さらに上の励起状態は 5p である.

ここで図 2 も参考にして，4s と 4p 間のエネルギー差は，4s と 5p 間のエネルギー差より小さく，より波長の長い光を放つことになる.

図 5 より赤の方が紫より波長が長いので，4s と 4p のエネルギー差が赤色光を放つ.

（新研究 p460 参考）

問 9(1)
(2 点)

黄色

問 9(2)
(3 点)

4p と 3s 間のエネルギー差による光の波長が紫外線領域に当たるから.

補足：赤外線という解答は，問 8 より赤色である 4s と 4p よりも，4s と 5p の方がエネルギー差が大きく波長が短くなることに反するので−2 点減点とする.（新研究 p460 参考）

コメント：作問者(田﨑)の個人的に好きな電子軌道の分野からの出題である．この範囲は新課程に加わるそうなので，出題があるとおもしろそうだと感じてこの範囲を使った．さらに詳しい説明は量子化学などで扱うので，興味があればぜひ自分で調べていただけると嬉しい.

参考文献，引用先：

1. 実教出版株式会社「化学基礎　新訂版」令和 4 年 1 月 25 日発行
2. 実教出版株式会社「化学　新訂版」令和 4 年 1 月 25 日発行
3. 数研出版株式会社「三訂版[フォトサイエンス]化学図録」2022 年 1 月 10 日発行
4. ト部吉庚 著「理系大学受験 化学の新研究 改訂版」2022 年 1 月 10 日発行
5. 株式会社東京化学同人「アトキンス物理化学（上）第 8 版」2009 年 8 月 20 日発行

画像引用元：

図 1　https://info.ouj.ac.jp/~hamada/TextLib/kk/chap1/Text/Cs900104.html
図 2　https://byjus.com/chemistry/energy-of-orbitals/
図 3　物理化学 p381
図 4　化学図録 p47
図 5　http://www.my-craft.jp/html/aboutled/led_supekutoru.html
問 7 解答例の図　化学図録 p47

第 2 回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門　解答例　　第 4 問

チーム名	第 2 回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

30/30

問 1(1)
(2 点)

ダイヤモンド，黒鉛(グラファイト)，フラーレン，カーボンナノチューブの中から 2 つ

問 1(2)s
(2 点)

発熱

補足：まず加熱すると $CaCO_3 \xrightarrow{\Delta} CaO+CO_2\uparrow$，次に水を加えると $CaO+H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$

問 1(3)
(2 点)

$Ca(HCO_3)_2$

補足：まず少量吹き込むと $Ca(OH)_2 + CO_2 \rightarrow CaCO_3\downarrow + H_2O$

次に過剰に吹き込むと加熱すると $CaCO_3+CO_2+H_2O \rightarrow Ca(HCO_3)_2$　白濁は消える．

問 2
(2 点)

電解精錬

問 3(1)
(2 点)

50g

補足：$CuSO_4 \cdot 5H_2O$ のモル質量は 250g/mol

よって 1mol/L×0.2L×250g/mol=50g

問 3(2)
(2 点)

21g

補足：$CuSO_4 \cdot 5H_2O$ 50g に含まれる $CuSO_4$は 32g, H_2O は 18g

求める質量をx[g]とすると，この結晶に含まれる $CuSO_4$は$x \times \frac{160}{250}$[g]

$$\therefore \frac{溶質の質量[g]}{溶液の質量[g]} = \frac{32 - \frac{160}{250}x}{132 - x} = \frac{20}{120} \qquad x \fallingdotseq 21g$$

問 3(3)
(2 点)

−4.7℃

補足：硫酸銅は，水溶液中では完全電離する．$CuSO_4 \rightarrow Cu^{2+}+SO_4^{2-}$

今この水溶液は飽和しているから，全溶質粒子の質量モル濃度の総和は，

$$\frac{\frac{20[\mathrm{g}]}{160[\mathrm{g/mol}]}}{\frac{100}{1000}[\mathrm{kg}]}\times 2 = 2.5[\mathrm{mol/kg}]$$

よって凝固点降下度は 1.86[K・kg/mol]×2.5[mol/kg]=4.65

よって求める凝固点は−4.7℃

問 4
(3 点)

まずファラデー定数Fは$F = e \times N_A \fallingdotseq 9.65 \times 10^4[\mathrm{C/mol}]$

次に $\boxed{ア}$ では $Cu^{2+}+2e^- \rightarrow Cu$ の反応が起きているから，銅の析出は

$$64[\mathrm{g/mol}] \times \frac{1.00[\mathrm{A}] \times 483[\mathrm{s}]}{9.65 \times 10^4[\mathrm{C/mol}]} \times \frac{1}{2} \fallingdotseq 0.16[\mathrm{g}]$$

よって $\boxed{ア}$ =20.00+0.16=20.16[g]

また $\boxed{イ}$ では $Cu \rightarrow Cu^{2+}+2e^-$ の反応が起きているから，銅の減少量は

$$64[\mathrm{g/mol}] \times \frac{1.00[\mathrm{A}] \times 966[\mathrm{s}]}{9.65 \times 10^4[\mathrm{C/mol}]} \times \frac{1}{2} \fallingdotseq 0.32$$

よって $\boxed{イ}$ =20.00−0.32=18.68

問 5
(2 点)

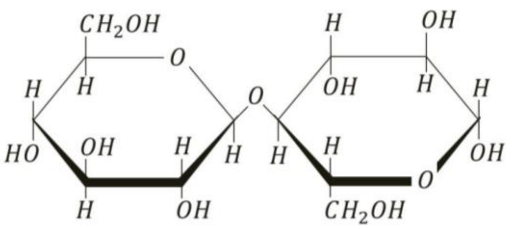
テトラアンミン銅(Ⅱ)イオン

問 6
(1 点)

配位結合

補足：「共有結合」は減点する．

問 7
(2 点)



セロビオース

問 8
(2 点)

銅アンモニアレーヨン 又は キュプラ

問 9 (2 点)	ビウレット反応

問 10 (2 点)	二次構造

問 11 (各 1 点)	記号	(ｉ)
	名称	グリシン

補足：(ｉ)のみ不斉炭素原子が無い.

和訳：
目標:
銅は、私たちの日常生活のなかで広く用いられている。銅の工業的製法では、精錬の最終段階で電気分解が用いられている。電気分解は、①粗銅板(純度約 99%)を陽極に純銅板を陰極に用いて行われ、結果として 99.99%以上の純度が達成される。このプロセスは、②電解精錬とよばれている。
銅の製造と同様に、実際に陽極と陰極に銅板を用いて、硫酸銅(II)$CuSO_4$水溶液中で電気分解し、電解精錬の原理の理解を深めるために、粗銅にあたる陽極の銅板と純銅にあたる陰極の鋼板の質量変化と、電気分解した時間の関係を調べる。

準備:
☐電子てんびん ☐ビーカー(100mL)2 個 ☐極板用鋼板(3cm×10cm)4 枚 ☐③1mol/L 硫酸銅(Ⅱ)水溶液 ☐メタノール ☐純水 ☐ヒーター ☐電源装置 ☐電流計 ☐みの虫クリップつきリード線 ☐わりばし 2 本 ☐秒針付き時計 ☐温度計 ☐紙やすり

操作:
1. 極板の鋼板(4 枚)を紙やすりでみがく。
2. 銅板 4 枚それぞれの質量を測定する(小数点以下 2 桁)。
3. 1mol/L $CuSO_4$水溶液各 70mL を、約 80℃になるように加熱する。
4. 図 1 に示すように、鋼板、電流計、電源装置をリード線で接続し、電気回路に 8 分 3 秒間(483 秒間) 1.00 A の電流を流す。
5. 電源を切りビーカーを一つはずして接続し直したのち、さらに電気回路 8 分 3 秒間(483 秒間) 1.00 A の電流を流す。

6. ビーカーから銅板をとり出し、銅板を純水で洗う。
7. 銅板をメタノールに浸したのち、乾燥させる。
8. 銅板 4 枚それぞれの質量を測定する（小数点以下 2 桁)。

	8 分 3 秒間		16 分 6 秒間	
	陽極	陰極	陽極	陰極
初めの電極の質量[g]	20.00	20.00	20.00	20.00
終りの電極の質量[g]		ア	イ	
変化量[g]				

コメント：第 12 回科学の甲子園全国大会筆記競技にて英語の問題文が出題された．そこでこのとき作問者(田﨑)の感じた驚きを共有したく，この問題を作った．グローバル化の流れの中，このような出題形式が一般化する日もそう遠くないかもしれない．またこの問題でテーマとした銅は，我々に身近な物質でありその汎用性も高く，面白い物質である．興味を持ったらぜひ色々調べてみていただきたい．

参考文献，引用先：
1. 実教出版株式会社「化学基礎　新訂版」令和 4 年 1 月 25 日発行
2. 実教出版株式会社「化学　新訂版」令和 4 年 1 月 25 日発行
3. 数研出版株式会社「三訂版[フォトサイエンス]化学図録」2022 年 1 月 10 日発行
4. ト部吉康 著「理系大学受験 化学の新研究 改訂版」2022 年 1 月 10 日発行
5. 株式会社東京化学同人「アトキンス物理化学（上）第 8 版」2009 年 8 月 20 日発行

画像引用元：
図 1　化学基礎 p247
図 2　https://zigzagsci.com/tetraammine_cu/
図 3　http://lib.ruralnet.or.jp/nrpd/#koumoku=11442
問 11 選択肢の図
https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%A2%E3%83%9F%E3%83%8E%E9%85%B8
問 7 解答例の図
https://daigaku-juken.net/%E5%A4%A9%E7%84%B6%E9%AB%98%E5%88%86%E5%AD%90%E5%8C%96%E5%90%88%E7%89%A9%E7%9F%A5%E8%AD%98%E3%83%86%E3%82%B9%E3%83%88%EF%BC%88%E5%8D%98%E7%B3%96%E9%A1%9E%E3%80%81%E4%BA%8C%E7%B3%96%E9%A1%9E%E3%80%81/

第２回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門　解答例

第５問

チーム名	第２回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

30/30

問１ 1点 / 1点

(1)	(2)
ミトコンドリア	a，　d，　e，　f

問２ 各１点

Ⅰ $NADH+H^+$	Ⅱ C_5
Ⅲ $FADH_2$	Ⅳ ATP合成酵素

Ⅴ ATP	Ⅵ ADP	Ⅶ ADP
Ⅷ ATP	Ⅸ ADP	Ⅹ ATP

問３ 2点

電子

問４ 3点

H^+がマトリックスに浸透して 無ければ－1点
H^+の濃度の差が小さくなるため.

問５ 3点

H^+の濃度勾配生成に使われた電子を，O_2とH^+を使い，H_2Oへと変化させて処理する働き.
無ければ－1点

記述３点・短答１点

問６

(1)理由・特徴

青酸イオンが血液中のヘモグロビンと強く結合するため，静脈血が鮮紅色になる. 無ければ－1点

(1)物質

例）一酸化炭素

(2)pH

酸性

短答２点・記述４点

(2)理由

シトクロムオキシダーゼが青酸イオンによって阻害されると，電子伝達系が働かず $NADH+H^+$ と $FADH_2$ が酸化されない為，解糖系とクエン酸回路に使用する NAD^+ と FAD が不足する．その為，ピルビン酸を乳酸に変換する過程で $NADH+H^+$ と $FADH_2$ を酸化させて ATP の生成を行う．この乳酸が血液中に蓄積して酸性を示す.

（解説）

問 1(2)　ミトコンドリアが存在するのは，真核生物のみ．細胞内共生説から推察できる．
この中で真核生物は，a　ヒト，d　シイタケ，e　カイメン，f　酵母菌の４つ．

問２　知識問題．H^+やCO_2の出入りからも推察できる．

問３　図３で電子の役割がH^+の濃度勾配を作ることである．

問４　ATP 合成酵素はH^+の濃度勾配を利用して ATP を生成している．イオンはリン脂質二重層をほとんど透過しないが，微量は透過する．その為，H^+の濃度勾配は理論値よりも小さくなる．

問５　シトクロムオキシダーゼが電子を処理してくれる為に，電子伝達系が滞りなく流れる．O_2の利用もここで行われる．

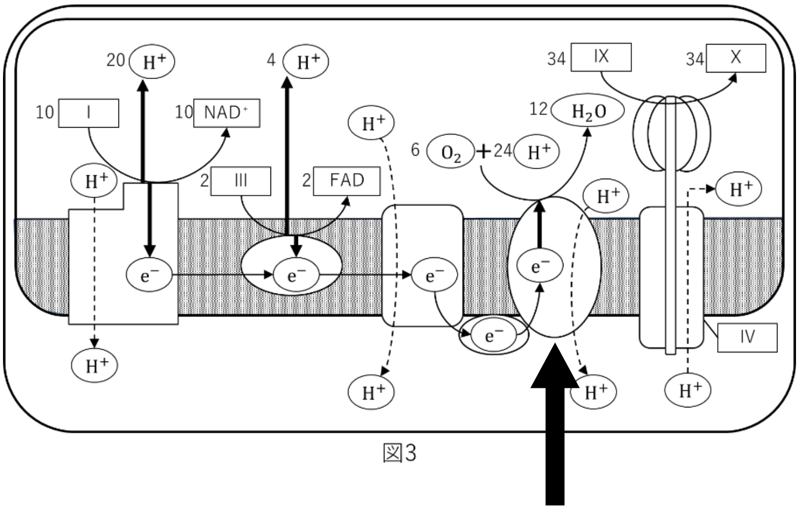


図3

シトクロムオキシダーゼ

問６(1)　初めの文章にあるように，青酸イオンは３価鉄イオン(Fe^{3+})と細胞呼吸を阻害するほどに強く結合する．同様にヘモグロビンとも強く結合するため，赤血球は酸素を運ぶことができなくなり死に至る．この時，一酸化炭素中毒と同じように，静脈血は鮮紅色となる．

(2)　解答の通り．乳酸の蓄積は運動時にも起こる．

第２回湖風祭コンテスト
科学の甲子園部門　解答例　　第６問

チーム名	第２回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

30/30

5 点

問 1

20 種類のアミノ酸を 4 種類の塩基で指定するのに必要なのは，1 つのアミノ酸あたり $4^2=16$，$4^3=64$ より 無ければ－1 点 最小で 3 個の塩基であることから，塩基 3 つの組み合わせで 1 つのアミノ酸を指定するという説．

完答 3 点

問 2

UUU	CCC	AAA	GGG

4 点

問 3

(1) A C A C A C A C A C

6 点

(2) C A A A C A A A C A

8 点

問 4

B

F　－4 点

3 点

問 5

コドンの 3 番目の塩基において，tRNA のアンチコドンの塩基との対合が厳密に行われないため．

ゆらぎ仮説

1 点

（問 4 は，日本生物学オリンピック 2017　予選問題問 3 より引用，一部改変）

（解説）

問１　解答の通り．

問２　単一の塩基配列をもつ mRNA を用いた実験で判明したのは，フェニルアラニンの UUU，プロリンの CCC，リジンの AAA，グリシンの GGG の以上４つのコドンである．

問３(1)　 トレオニンとヒスチジンが交互に並ぶアミノ酸が合成されるような塩基配列は複数考えられるが，どの塩基３つを１つのコドンとするかは指定できないため，確実にトレオニンとヒスチジンが交互に並ぶといえるのは…ACACACACAC…のみである．

(2)　まず，図２の塩基配列の mRNA は ACA，CAA，AAC のどれかを１つのコドンとしてアミノ酸を合成する．(1)と照らし合わせると ACA はトレオニンと分かり，CAA，AAC がそれぞれアスパラギンとグルタミンのどちらかだと分かる．

…CAAACAAACAAA…の塩基配列でできるのは…グルタミン，トレオニン，アスパラギン，リジン…を繰り返すタンパク質である．これらのアミノ酸を指定していると考えられるのは，それぞれ CAA，ACA，AAC，AAA のどれか．このうち判明しているのは ACA のトレオニンと AAA のリジンで，これらを当てはめると AAA と ACA の間の CAA はグルタミン，ACA と AAA の間の AAC はアスパラギンと分かる．同様のことができる塩基配列は他にもあり，これは１つの例である．

問４　 アミノ酸を指定しない終止コドンの解明は，A.ガレンや S．ブレナー等によってこの問題に示してあるような方法で解明された．この研究では，アルカリフォスファターゼ遺伝子のある特定のコドンが終止コドンに変わったものが元の変異体であり，この終止コドンが１塩基置換で再びアミノ酸をコードするようになったものが復帰変異体であるととらえることができる．アルカリフォスファターゼのトリプトファンが１つほかのアミノ酸 （リジン，グルタミン，チロシン）に置き換わっていた復帰変異体があったということは、元の変異体ではアルカリフォスファターゼ遺伝子のトリプトファンコドンの１つが終止コドンになっており，それがトリプトファン，リジン，グルタミン，チロシンのいずれかのコドンに変わって，復帰変異体となったと考えられる．トリプトファンを指定するコドンは UGG だけであり、終止コドンには UAA，UAG，UGA の３種類がある．まず復帰変異体の中に終止コドンの１塩基置換でトリプトファンコドンに戻ったものがあったことに着目すると，この終止コドンは UAG か UGA であったことがわかる．次に１か所の塩基置換によってトリプトファンコドン以外に生じ得るコドンを考えると，UAG の場合はロイシン(UUG)，チロシン(UAU，UAC)，グルタミン（CAG)，リジン（AAG)，グルタミン酸

(GAG) があるが，UGA の場合は，システイン (UGU,UGC)，ロイシン (UUA)，セリン (UCA)，アルギニン(AGA)，グリシン (GGA)であり，チロシンやリジンを指定するコドンが生じることはない．よって正解はＢとなる．

この問題では，実験結果を簡略化しているが，実際にはもっと多くの突然変異体が使用されている．

問５　解答の通り．

第２回湖風祭コンテスト
科学の甲子園部門　解答例　　第７問

チーム名	第２回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

30/30

(1)	*塩化ナトリウム*	23.8　kg
	塩化マグネシウム	5.05　kg
	硫酸ナトリウム	3.98　kg
	塩化カルシウム	1.12　kg
	塩化カリウム	0.676　kg
(2)	2	
(3)	1	
(4)	比例定数：　2.8×10^2　m/s　　点Ａでの流速：　0.016　m/s	
(5)	風成　循環	
(6)	-1.8　℃	
(7)	2　m	

第２回湖風祭コンテスト
科学の甲子園部門　解答例　　　第８問

チーム名	第２回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

40/40

(1)	**平均移動速度：**　北に０．００７５　°/万年 **考察：**天皇海山列を乗せているプレートはかつて北向きに移動していたが、徐々に活動が弱まっていき、近年ではほとんどプレートの活動が起こっていない。	
(2)	核付近で熱されて軽くなった物質が、熱対流が行われている場所であるプルームを経路として地表付近まで上昇している。	
(3)	（イ）	4
	（ロ）	上下　１３３　m
(4)	**平均隆起速度**　２　倍 **地層の深さ：**　６９　m	

第２回湖風祭コンテスト
科学の甲子園部門　解答例　　　第９問

チーム名	第２回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

35/35

問１　$n = 3$
(7 点)

72 通り

$n = 4$
(7 点)

168 通り

まず、4 色の色を 1、2、3、4 と表記して数字に帰着させ、最も左上の 2×2 マスを固定して考える。その後、1、2、3、4 に対応する色の選び方は 4!=24 通りであるので、それを最後にかけることで、4 色の問題に戻すことができる。

1	2	1
4	3	4
1	2	1

1	2	4
4	3	1
1	2	4

1	2	1
4	3	4
2	1	2

n=3 のとき　左上の 2×2 マスを固定したとき、それ以外のマスを埋める場合の数は上の 3 通りのみである。よって、4 色の問題に戻すと、求める場合の数は 24×3=<u>72(通り)</u>…(答)

1	2	1	2
4	3	4	3
1	2	1	2
4	3	4	3

1	2	1	3
4	3	4	2
1	2	1	3
4	3	4	2

1	2	1	2
4	3	4	3
1	2	1	2
3	4	3	4

1	2	4	2
4	3	1	3
1	2	4	2
4	3	1	3

1	2	4	3
4	3	1	2
1	2	4	3
4	3	1	2

1	2	1	2
4	3	4	3
2	1	2	1
3	4	3	4

1	2	1	2
4	3	4	3
2	1	2	1
4	3	4	3

n=4 のとき　左上の 2×2 マスを固定したとき、それ以外のマスを埋める場合の数は上の 7 通りのみである。よって、4 色の問題に戻すと、求める場合の数は 24×7=<u>168(通り)</u>…(答)

問 2

(21 点)

(2)まず、4 色の色を 1、2、3、4 と表記して数字に帰着させ、最も左上の 2×2 マスを図 0 のように固定して考える。その後、1、2、3、4 に対応する色の選び方は 4!=24 通りであるので、それを最後にかけることで、4 色の問題に戻すことができる。

1	2
4	3

図 0

n×n マスの数字における場合の数をa_nと置き、l 列 k 行を(l,k)と表すこととする。以下 $a_{n+1}=2(a_n-1)+3$ (n は 2 以上の自然数) を証明する。

(証明)

帰納的に考えるために、n×nマスの右と下に新たな列と行を追加することによって、(n+1)×(n+1)マスを作るという考え方を用いる。また、任意の数で成り立つこのマスにおける規則性を考えるために、A、B、C、D を 1、2、3、4 より抽象的な文字として用いてから対応づけても一般性を失わない。

まず、(n,k)と(n,k+2)や(k,n)と(k+2,n)のように、1 個とばしの数が図 1 のように等しいとき、図 1 の X にあたる(n+1,k)や(k,n+1)は C と D の 2 通りである。それに対して、(n,k)と(n,k+2)や(k,n)と(k+2,n)のように、1 個とばしの数が図 2 のように異なるとき、図 2 の X にあたる(n+1,k)や(k,n+1)は C で一意に定まる。

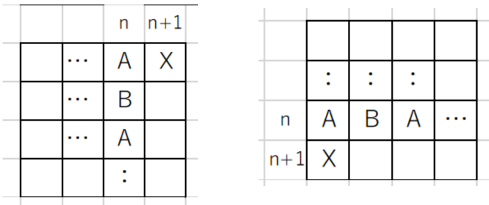


図 1

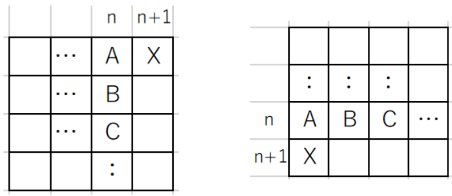


図 2

これを用いて、行と列それぞれで、1 個とばしの数が等しいか異なるかを確かめることをすべての k で繰り返し行えば、どの k でも常に等しくなっているとき以外は、2×2=4 通りのうち 1×2=2 通りに絞れる。その理由は

「行、列どちらも 1 個とばしの数が常には等しくないときはない」…(@)

「二つ前の行列を使う方法はあり、少なくとも一つは解が存在する」…(*)

が成り立つことである。

(@)の証明

数学的帰納法を用いる。

(ⅰ)3×3 マスのとき、図 3、4、5 の 3 通りしかない。3 列目と 3 行目について、どちらも 1 個とばしで等しくならないことはない。すなわち、少なくとも片方は 1 個とばしの数が等しくなっている。これを ABA と表す。この 1 個とばしの数が等しい状態を「対称性がある」と定義する。

1	2	1
4	3	4
1	2	1

図 3

1	2	4
4	3	1
1	2	4

図 4

1	2	1
4	3	4
2	1	2

図 5

(ⅱ)n 行もしくは n 列で AB の対称性があると仮定する。このとき、図 6 のように、(n,n)を A に固定し、また対称性があるのを n 列としても一般性を失

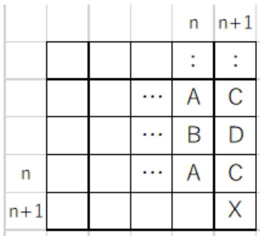


図 6

問 2
(続き)

わない。このとき、図 6 の X を除く n+1 列で CD の対称性がある。そこで(n+1,n)を C に固定しても一般性を失わない。

<1>図 3 のように、列と行でともに対称性があるとき、n+1 列は、CD 対称性、n+1 行は BD 対称性ゆえに、同時に成立するから、X=D と決定する。

<2>図 4、5 のように、列で対称性があり、行で対称性がないとき、その n-1 行が n+1 行と等しくなる。したがって、X=(n+1,n+1)=D と決定する。

以上より、n+1 列は X も含め CD 対称性がある。したがって、n+1 列の対称性の存在が示される。

(ⅰ)(ⅱ)より(@)が示された。

(＊)の証明

(n,n)=A であるとき、図 7 のように A、B、C、D が入っているとしても一般性を失わない。このとき、(n+1,n+1)を除いて、n+1 列の並びが n-1 列の並びと等しくなり、かつ n+1 行の並びが n-1 行の並びと等しくなるものが存在する。この時、(n-1,n)と(n+1,n)が等しく、かつ(n,n-1)と(n,n+1)が等しいので、2×2 マスを考えると、図 7 の青枠が赤枠に相当し、(n-1,n-1)と(n+1,n+1)が等しくなるので、(n+1,n+1)は D であることがわかり、(＊)が示された。

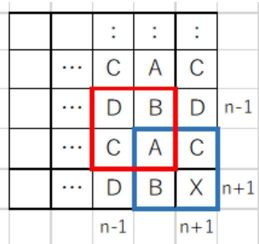


図 7

列と行でともに対称性があるときを考える。
図 8 のように AD と CB の繰り返しになっているとき、図 9 のように、n×n マスは決定でき、A、B、C、D と 1、2、3、4 の対応が図 0 より一意に定まる。…①
このとき n×n マスの右下 B の下は A もしくは D、右は C もしくは D である。図 10、11、12、13 の 4 通りのうち、図 13 は条件に合わず不適。したがって、このとき 3 通り。
また、①より、列と行でともに対称性があるとき以外に含まれるものはa_n-1 通りであり、それぞれ 2 通りあるので,2(a_n-1)通り。

以上より、$a_{n+1}=2(a_n-1)+3$ (n は 2 以上の自然数)が示された。

				：
				A
				B
				A
…	C	B	C	B

図 8

				：
	D	A	D	A
	C	B	C	B
	D	A	D	A
…	C	B	C	B

図 9

B	C
A	D

図 10

B	D
A	C

図 11

B	C
D	A

図 12

B	D
D	

図 13

$a_{n+1}=2a_n+1$ $a_2=1$ であるから、漸化式を解くと、$a_n=2^{n-1}-1$
a_nは数字における場合の数であるから、求める場合の数は 24a_nであり、
24(2^{n-1}-1)…(答)

第２回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門　解答例　　第 10 問

チーム名	第２回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

25/25

問１
(10 点)

　CD＝24 とおくと、CN＝ND＝12、MC=9
△MCN∽△NＤＰより、PD=$\frac{4}{3}$ND=16　PN=$\frac{5}{3}$ND=20
よって、MNP において MN：NP=3：4 がわかり、
∠MNP=90°の条件から PM=25 である。
M から垂線 MH を下ろすと PH=16－9=7 より、
△MHP の３辺の比が７：24：25 の直角三角形とわかる。
ここで∠MPQ=90°より、△PAQ∽△MHP で、
MP:PQ=3：4　PM=25 より、PQ=$\frac{100}{3}$
よって、PA=$\frac{100}{3}\times\frac{24}{25}$=32
よって、BC=AD=AP＋PD＝32＋16＝48
よって、AB：BC＝24：48＝1：2 となる。

問 2
(15 点)

　上記(1)を用いる。

MQ=25× $\frac{5}{3}$ ＝$\frac{125}{3}$

AQ=$\frac{100}{3}$× $\frac{7}{25}$ ＝ $\frac{28}{3}$ より、

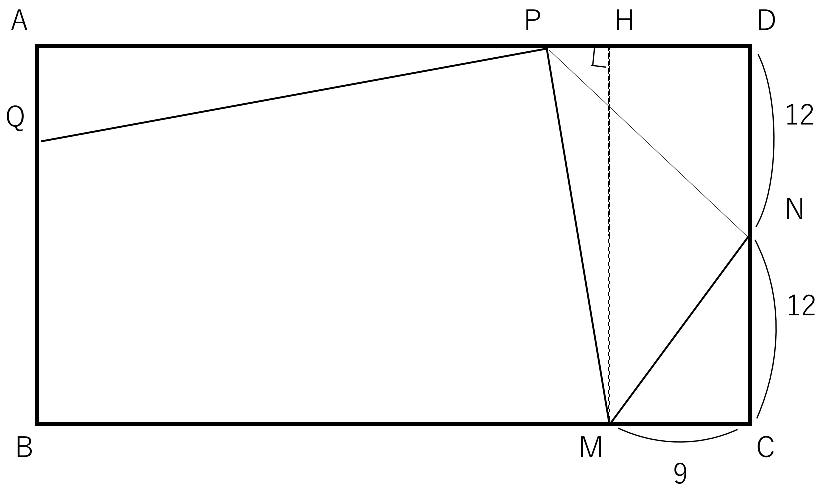
QB=24－$\frac{28}{3}$ ＝ $\frac{44}{3}$ であり、また、BM=48－9＝39 である。

△BMQ は∠B=90° の直角三角形であるから、三平方の定理より

$$\left(\frac{44}{3}\right)^2 + 39^2 = \left(\frac{125}{3}\right)^2$$

両辺を 9 倍して、$44^2 + 117^2 = 125^2$ の成立がわかり、

a=44　b=117 または a=117　b=44



第 2 回湖風祭コンテスト
科学の甲子園部門　解答例　　第 11 問

チーム名	第 2 回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

35/35

問(1)
(5 点)　0.269、B

(2)
(3 点)　1

(3)
(8 点)　0.31

(4)
(4 点)　$\dfrac{U_s - t_s}{U_s(1 - U_s)}$

(5)
(4 点)　$U_s - t_s$

(6)
(3 点)　$-$

(7)
(8 点)

学習において、微分によって関数の最小値を求めようとしているが、最小ではなく[1点]教師データの個々の差による極小値である可能性がある。そこで、異なるデータで複数回学習を行うと、教師データの個々の差による[2点]極小値は毎回場所が変わるが、[2点]求めたい最小値は集合全体の傾向であるため場所がどのデータのまとまりでも同様であると考えられる。よって、複数回に分割して学習を行うのは教師データの個々の差による[3点、なければ0点]極小値に収束しにくいようにして求めたい最小値に辿り着きやすくするためである。

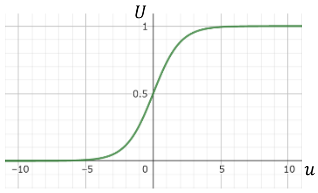
計 35 点

問(1)(2)(3)

(1) についてこのとき、$u=-1$であり、よって$U=\frac{1}{1+e}$である。自然対数表を用いて、

$$U \approx \frac{1}{1+2.72} \approx 0.269$$

また、$u<0$であるから、集合 B に属する。なお、Uはグラフで描画すると



のようになり、集合 A ($u>0$)では1に近似し(よって(2))、集合 B ($u<0$)では0に近似する。よって(3)について式③では$L_s=-\log(1-U_s)=\log\frac{1}{1-U_s}$だけが残る。

$U_s=\frac{1}{1+e}$より、$\frac{1}{1-U_s}=\frac{1}{1-\frac{1}{1+e}}=\frac{1}{\frac{e}{1+e}}=\frac{1+e}{e}=1+\frac{1}{e}\approx 1.368$

ここで、137は素数であるが、$136=2^3\cdot 17$より、$\frac{1}{1-U_s}\approx 1.36=\frac{2^3\cdot 17}{10^2}$

したがって、$L_s=\log\frac{1}{1-U_s}\approx\log\frac{2^3\cdot 17}{10^2}=3\log 2+\log 17-2\log 10\approx 0.31$

有効数字 2 桁ならばこれで十分求められる。なお、自然対数表では小数点第 3 位までの近似を利用して解となる値が求められる。

(4)(5)計算の通りである。

(6) 損失関数L は最小値をもつ関数であると考えると、最小値で、関数は減少から増加に転じる。このとき、導関数は負から正に転じる。このことより、導関数が負のとき、損失関数L のそれぞれの変数a,b,c は最小値であるときよりも小さいため、最適な値は現在のものよりも大きい値である。導関数が正のときも同様に考える。
したがって解の通り$\pm$が決まる。

(7)解答の通りである。

第 2 回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門　解答例

第 12 問

チーム名	第 2 回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門委員会

25/25

問(1)
(4 点)

15

(2)
(4 点)

16

(3)
(6 点)

0.125

(4)
(6 点)

真、2

(5)
(5 点)

3 点、なければ 0 点

状態s_t、行動a_tが<u>離散値ではなく連続値である場合</u>にも<u>学習が効率よく進む</u>から。

2 点

計 25 点

問(1)(2)(3)計算の通り。同じ経路を繰り返したほうが割引率なしでは累積報酬が大きい場合でも、割引率を導入すると累積報酬が小さくなることがあるという問題。

(4)学習を進める上で、ランダムに時点tを選択し、学習に利用することができる。これを繰り返すことで、$Q(s_{t+1}, a_{t+1})$がさらにその先に時点の報酬が考慮された値となるため、$Q(s_t, a_t)$の値が実際のその時点での行動価値に近似される。なお、ランダムに時点を選択することは、データの偏りを防ぐうえで有効である。

(5)ニューラルネットワークを利用しない場合、行動価値関数(Q関数)は表、すなわち離散値しか扱えないが、ニューラルネットワークでは行動価値関数(Q関数)そのものをネットワークで近似できるため、離散値ではなく連続値が扱えるから。