



第2回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

筆記競技

令和5年7月6日～11日

注意事項

1. このコンテストには、学校や年齢など関係なく誰でも参加することができます。ただし参加人数は、1チームあたり1人～8人としてください。
2. 解答時間に制限はありません。ただし解答は7月11日までに提出してください。
3. 解答用紙の表紙の所定の欄に、チーム名と氏名を記入してください。また、すべての解答用紙の所定の欄にチーム名を記入してください。
4. 競技においては、チームのメンバーと話し合って解答して構いません。一人あたりの解答数などの決まりはありませんので、チームで作戦を立てて問題に取り組んでください。
5. 解答はすべて解答用紙に記入してください。
6. 問題は第1問から第12問まであります。ただし各問題の中心となる教科は以下の通りです。
物理：第1問と第2問／化学：第3問と第4問／生物：第5問と第6問
地学：第7問と第8問／数学：第9問と第10問／情報：第11問と第12問
7. 筆記用具、電卓、直定規、三角定規、コンパスの使用は認めます。
8. 図書や外部との接続目的で携帯電話等電子機器を使用することを禁止します。
9. 第2回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門の総合順位は、膳所高校生限定、高校生限定、条件なしの3つに分けて、本競技の総合得点により決定されます。総合順位の上位チームには表彰があります。総合得点と同じチームが複数ある場合は、満点の問題の数が多いチームを上位とします。
満点の問題の数も一致する場合は、満点に一番近い得点の問題の数が多いチームを上位とします。
10. 第2回湖風祭コンテスト科学の甲子園部門では分野ごとの1位チームを表彰します。分野の区別は以下の通りです。
物理：第1問と第2問の合計／化学：第3問と第4問の合計
生物：第5問と第6問の合計／地学：第7問と第8問の合計
数学：第9問と第10問の合計／情報：第11問と第12問の合計
11. 上記9、10において、表彰対象の順位のチームが単独にならない場合は、副賞を分割する場合があります。

12. 解答は以下の Google Forms より写真を添付して送信してください。写真は紙に書いたものでもデジタルのものでも構いません。ただし写真の字が読めないと採点者に判断された解答は誤答とします。

[https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd0AuAAX3JIY2was4EW5SYhHNTachFUJT
a6rArtzyqLtm2dSw/viewform?vc=0&c=0&w=1&flr=0&usp=mail_form_link](https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd0AuAAX3JIY2was4EW5SYhHNTachFUJT
a6rArtzyqLtm2dSw/viewform?vc=0&c=0&w=1&flr=0&usp=mail_form_link)



13. 何か質問等ありましたら kofusaicontest2@gmail.com にメールにてお問い合わせください。

14. それではお楽しみください。



第 2 回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

第 1 問

(配点 20 点)

中山君は太宰治氏の作品「走れメロス」を読み、文章中のある描写に興味を持ち、科学的に考察しようと考えた。次の文章は「走れメロス」の一部を抜粋したものである。これを読んで次の問いに答えよ。ただし、本問において解答は有効数字 3 桁で求めよ。また、必要に応じて重力加速度 $g = 9.80\text{m/s}^2$ 、万有引力定数 $G = 6.67 \times 10^{-11}\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 、円周率 $\pi = 3.14$ 、地球の半径 $R = 6.37 \times 10^6\text{m}$ 、地球の質量 $M = 5.97 \times 10^{24}\text{kg}$ 、 $\cos 40^\circ = 0.766$ を用いてもよい。

<悪夢から目を覚ましたメロスはセリヌンティウスを救うために必死で走っていた。>
道行く人を押しのけ、跳ね飛ばし、メロスは黒い風のように走った。野原で酒宴の、その宴席の真ただ中を駆け抜け、酒宴の人たちを仰天させ、①犬を蹴飛ばし、小川を飛び越え、②少しずつ沈んでゆく太陽の十倍も速く走った。

問 1 下線部②のときメロスの走る速さを求めよ。ただし、舞台となった町シラクスの緯度を北緯 40 度として単位は km/h とする。(7 点)

問 2 下線部①のときメロスが犬に与えた力積を求めよ。ただし、メロスの体重を 60kg 、犬の体重を 10kg とし、メロスと犬の間の反発係数を 1 とする。(6 点)

問 3 中山君は蹴とばされた犬は斜方投射による放物運動をすると考えた。このとき運動する犬と水平方向のなす角を θ とし、犬が宇宙に飛び出さないための $\cos \theta$ の範囲を

求めよ。ただし、「犬が宇宙に飛び出す」とは、「犬が無限の遠方に飛んでいき、地球に帰ってこない」ことを指すとする。また、この問のみ有効数字7桁で解答せよ。(7点)

(配点 40 点)

次の文章を読んで後の問いに答えよ。ただし、本問では重力加速度は g としてよい。

質量が M_1 の台車 1 と M_2 の台車 2 がある。

台車 1 は水平な床の上に置かれてなめらかに動き、

その水平な上面 AB の上に

質量 m の箱がのっている。

箱と AB 面の間には摩擦力

(静止摩擦係数 μ) がはたらく。

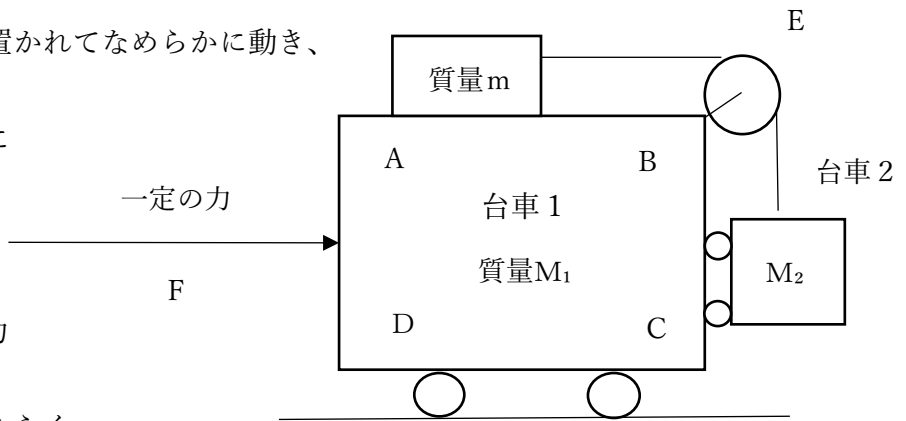


図 1

箱と台車 2 は、図 1 に示されたように、なめらかに

回転する滑車 E を通じて一定の長さの糸で連結されている。台車 2 は、台車 1 の鉛直な

壁面 BC に接してなめらかに動く。滑車と糸の質量は無視してよい。

台車 1 の鉛直な壁面 AD を押す水平方向の一定な力を F とする。

最初に $F = 0$ で、台車 1、台車 2、箱がともに静止した状態を考える。

問1 AB 面にはたらく垂直抗力を求めよ。(2 点)

問2 AB 面に沿った左向きの摩擦力を求めよ。(2 点)

問3 箱がすべりださないための条件式を求めよ。(2 点)

次に力 F を AD 面にはたらかせて、台車 1 を一定の加速度で運動させたところ、台車 2

と箱はともに台車 1 に対して静止した状態を保ち続けた。

- 問4 このときの台車1の加速度を求めよ。(3点)
- 問5 箱にはたらく張力を T 、摩擦力を S として箱の水平方向の運動方程式を立てよ。
(3点) また張力 T と摩擦力 S を求めよ。ただし、 S は左向きを正とし、また問4で求めた加速度を a とする。(3点)
- 問6 台車1と台車2の間にはたらく水平方向の力 f を求めよ。(4点)
- 問7 台車1の水平方向の加速度 a を M_1 、 F 、 T 、 R 、 S 、 f を用いて表せ。ただし、 R は箱にはたらく垂直抗力を表す。(4点)
- 問8 台車1が床から受ける垂直抗力 H を M_1 、 F 、 T 、 R 、 S 、 f を用いて表せ。(5点)
- 問9 力 F がある値を超えると、箱は AB 面上に静止することができず、 AB 面上をすべる。この値を求めよ。(6点)
- 問10 問4～問6で考察した運動が、箱と AB 面上に摩擦がないときにおこるとき、力 F の値を求めよ。(6点)

第2回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

第3問

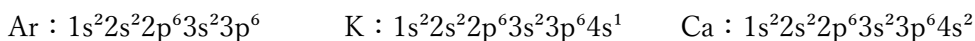
周期表中の元素を、電子の軌道の観点から分割する方法がある。

K殻、L殻、… という①電子殻は、電子が存在する空間領域である軌道から構成されており、電子は実際には軌道に収容されている。軌道にはいくつかの種類があり、s軌道、p軌道、d軌道、f軌道とよばれている。s軌道はすべての電子殻に1つ存在し、p軌道はL殻以降の電子殻に3つ、d軌道はM殻以降の電子殻に5つ、f軌道はN殻以降の電子殻に7つ存在する。

原子の中で各軌道のエネルギーはそれぞれ特定の値となっており、それらのエネルギーの値をエネルギー準位と呼ぶ。一つの軌道には電子が2個まで入ることができ、エネルギー準位の低い軌道から順に電子が入る。またエネルギー準位の等しい軌道が

複数あるときは、電子はできるだけ分散して入る。軌道の名称は、軌道を表すアルファベットの前に番号をつけて表す。K殻の軌道は1、L殻の軌道は2、M殻の軌道は3をつけるので、1s軌道、2p軌道などとなる。

たとえば、原子番号18のアルゴン Ar では18個の電子が1s軌道から3p軌道まで順番に収容される。原子番号19のカリウム K と原子番号20のカルシウム Ca では、1s軌道から3p軌道まで Ar と同様に電子が順番に収容され、その次に4s軌道に電子が収容されていく。その様子は次のように表記する。



問1 Ar の $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ を参考にして、窒素 N の電子配置を示せ。

問2 下線部①について、内側から n 番目の電子殻に入る電子の数は $2n^2$ と表される。このこ

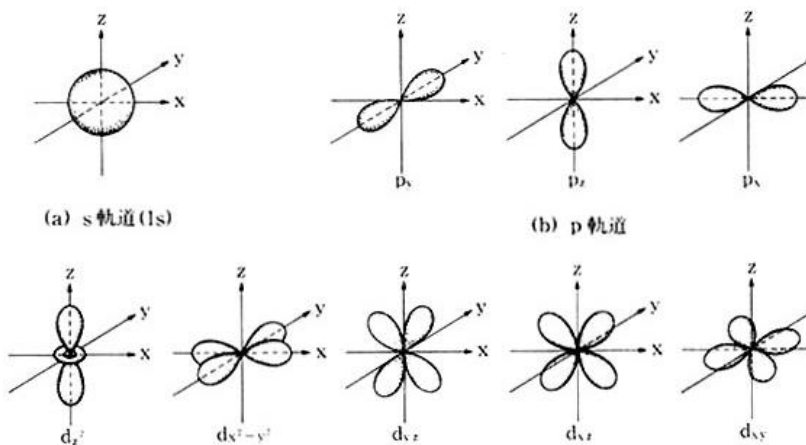


図1 電子軌道の概形

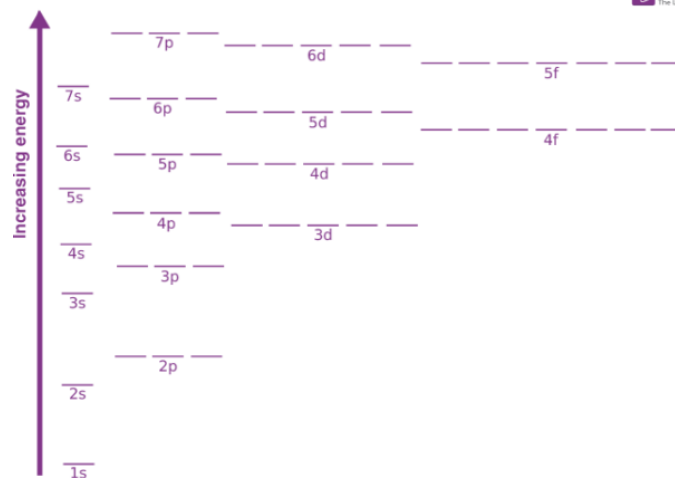


図2 各電子軌道のエネルギー準位

とを本文を基にして軌道の観点から、 $n = 1, 2, 3, 4$ について証明せよ。

問3 例えばマンガン Mn と鉄 Fe は同じ第 4 周期の遷移元素だが、最外殻電子の個数は変わらない。このように第 4 周期の多くの遷移元素において最外殻電子数が 2 のままである理由を、「エネルギー準位」という語を用いて説明せよ。

電子軌道を用いて分子構造を計算するための主な方法の一つに、原子価結合法というものがある。

基底状態の C 原子の L 殻には、2s 軌道に 2 個の原子、2p 軌道に 2 個の電子（不対電子）がある。この 2s 軌道の電子 1 個を空の 2p 軌道に②昇位させることにより、C 原子は励起状態の電子配置になり、4 個の不対電子を持つようになる。

そして
同一線上
にある二
つの p 軌
道の電子
間で形成
される結
合を σ 結
合、原子
核を結ぶ
軸に垂直

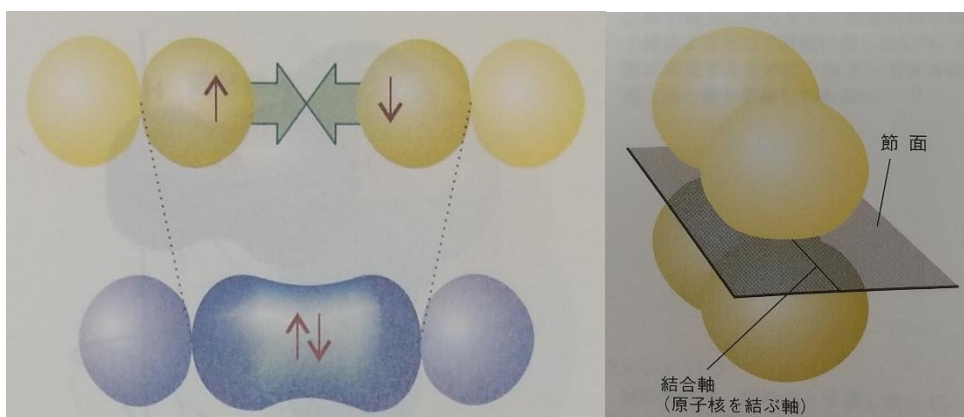


図3 σ 結合（左）と π 結合（右）

な軸を持つ p 軌道にある電子の間で形成される結合を π 結合と呼ぶ。

CH₄分子の場合、励起状態にある C 原子の 4 個の不対電子が、sp³混成軌道とよばれる 4 つの新たな軌道をつくる。4 つの sp³混成軌道はエネルギー準位が等しく、また互いの電子は反発している。sp³混成軌道にある 4 個の不対電子が、③H 原子の不対電子と結合している。

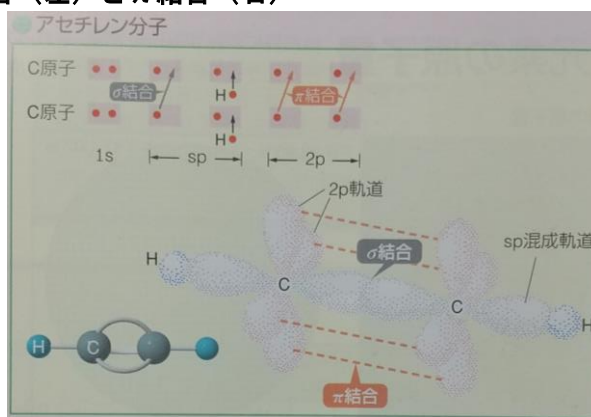


図4 アセチレン分子の σ 結合と π 結合

C₂H₂分子の場合、励起状態にある C 原子の 4 個の不対電子のうち、2s 軌道 1 個と 2p 軌道 1 個の計 2 個の不対電子が、sp 混成軌道とよばれる 2 つの新たな軌道をつくり、2p 軌道 2 個はそのまま残る。2 つの sp 混成軌道のエネルギー準位は等しく、また直線上にある。残った 2 個の 2p 軌道は、sp 混成軌道に直交している。sp 混成軌道にある 1 個の不対電子が、H 原子の不対電子と結合し、残りの 1 つの sp 混成軌道と 2 個の 2p 軌道がもう一方の

C原子と、1つの σ 結合と2つの π 結合をつくるので、 C_2H_2 分子は直線形である。

問4 下線部②について、昇位にはエネルギーが必要だが、そのエネルギーはどのようにまかなわれることになるか。

問5 下線部③について、メタン分子の各水素原子の中心間を結んだ図形の名を答えよ。

問6 アセチレンのC原子間と同様に、1つの σ 結合と2つの π 結合による結合になっているものを次の中から全て選べ。化学式の中に3原子以上含まれるものは括弧内の指示に従え。

- (ア) H_2 (イ) $NaCl$ (ウ) N_2
(エ) $HCHO$ (結合しているC原子とO原子の間の結合)
(オ) ペンチン C_5H_8 (結合している2つのC原子間の結合のうち、最も強いもの)

問7 エチレン分子の2つのC原子間にできる σ 結合と π 結合の個数はそれぞれ幾つか。

Na原子の電子配置は、 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ であり、最外殻の3s軌道にある価電子は、バーナーの炎の熱エネルギーで、容易にすぐ上の3p軌道に励起される。そこはエネルギーの高い不安定な状態で、約 10^{-10} 秒という短い時間しか留まることができず、再び空いた3s軌道に戻るとき、強い光を発する。このとき発する光の波長は、両軌道間のエネルギー差 ΔE によって決まり、 ΔE が大きくなるほど波長の短い光を放つことになる。

アルカリ金属がとくに炎色反応を示しやすい理由は、次の通りである。

(1) アルカリ金属の化合物は、バーナーの炎の温度でも容易に熱分解が起こり、金属原子を生成しやすいことがあげられる。

たとえば、 $NaCl$ のような塩の水溶液中にはNa原子ではなく Na^+ というイオンが存在する。これが炎色反応の光

を発するためには、どこかで電子を取り込む必要がある。このプロセスはあまりよくわかっていないが、 Na^+ が高温で激しく動き回っている間に Cl^- に衝突して受け取る場合が考えられる。また、高温の炎の中には炭化水素の原子から放出された電子も存在しているから、それを取り込んでよい。いずれにしても炎色反応で光を出す化学種はNa原子そのものであって、 Na^+ ではない。

(2) アルカリ金属原子のエネルギー準位が、最も安定な基底状態と、すぐ上の励起状態との

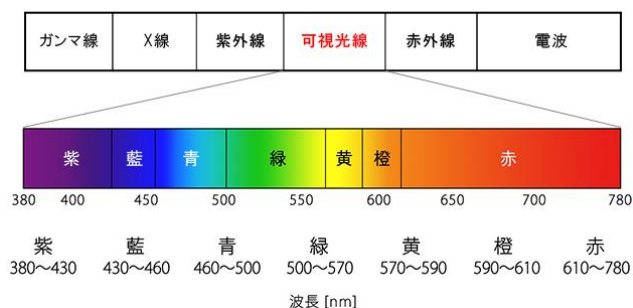


図5 可視光のスペクトル

エネルギー差 ΔE が比較的小さく、波長の長い可視光を出しやすいことがあげられる。

Na の場合には、基底状態から見て、最も低い励起状態からの波長の光だけが観察される。一方、K の場合には、基底状態から見て、最も低い励起状態からの光と、さらに上の励起状態からの光とが混合した赤紫色の光が観察される。

電子が、s 軌道から s 軌道、p 軌道から p 軌道へ移るときに、光を出したり吸収したりすることはない(禁制遷移)。また、p 軌道から d 軌道への電子の遷移は禁制されていないが、光の強度が弱く、その波長が赤外線領域に入ってしまうので、目には見えない。よって、ふつう、s 軌道から p 軌道の間での電子の遷移によって、炎色反応の光が発生すると考えてよい。

問 8 K の炎色反応は赤色光と紫色光とが混合した赤紫色の光が観察される。それぞれの軌道間のエネルギー差か。「1s と 3p」といったように答えよ。

問 9 Na の炎色反応は 3s 軌道と 3p 軌道のエネルギー差に相当する光のみ観察される。

- (1) その光の色を答えよ。
- (2) K と異なり他の軌道間のエネルギー差による光を考慮しなくてよい理由を、4p 軌道と 3s 軌道のエネルギー差に着目して簡単に答えよ。

必要であれば以下の値を用いよ。

原子量 H 1.0 O 16 S 32 Cu 64

電気素量 $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ アボガドロ定数 $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{mol}$

水のモル凝固点降下 $1.86 \text{ K} \cdot \text{kg/mol}$

以下は銅 (copper) に関するある実験について書かれた文章である。

Objective:

Copper metal is widely used in our daily life. In the industrial production of the metal electrolysis is employed in the final refining step. The electrolysis is performed with ①crude copper plates (purity *ca.* 99%) as anodes and with pure copper plates as cathodes, thus the purity of more than 99.99% is achieved. This process is called as ②electrolytic refining.

In a similar manner, an aqueous solution of copper sulfate is electrolyzed with copper plates as both electrodes, time spent for the electrolysis is recorded, and then the weight changes of the anode plates (a model of the crude copper plates) and those of the cathode plates (a model of the pure copper plates) are confirmed. Finally the relationship between the weight changes in the electrodes and the time spent for the electrolysis is examined for better understanding of the principle.

Materials:

An electric balance, two 100-mL beakers, 4 copper plates (3 cm × 10 cm) for use as electrodes, ③an aqueous solution of CuSO₄ (1 mol/L), methanol, pure water, a hot plate heater, a power supply unit, an ammeter, lead wires with pinch cocks, two disposable chopsticks, a clock with a second hand (or a stopwatch), a thermometer, and sand paper

Procedures:

1. The 4 copper plates are polished with sand paper.
2. Each copper plate is weighed (to two decimal places).
3. The two 70-mL portions of the CuSO₄ solution are heated to 80°C on the hot plate heater.
4. The copper electrodes, ammeter, and power unit are connected with the lead wires to form an electric circuit, as shown in the Figure 1, and then the power unit is turned on, with the current set at 1.00 A, for 8 min and 3 sec (483 sec).
5. The power supply is turned off, and one of the beaker cells is removed. The circuit is then renewed, and the power unit is turned on again with the current maintained at 1.00 A, for an additional 8 min and 3 sec (483 sec).
6. All the copper electrodes are taken out and washed with pure water.
7. The electrodes are soaked in methanol and then air-dried.

8. All the electrodes are individually weighed (to two decimal places).

copper 「銅」 electrode 「電極」 ammeter 「電流計」 electric circuit 「電気回路」
 anode 「陽極」 cathode 「陰極」

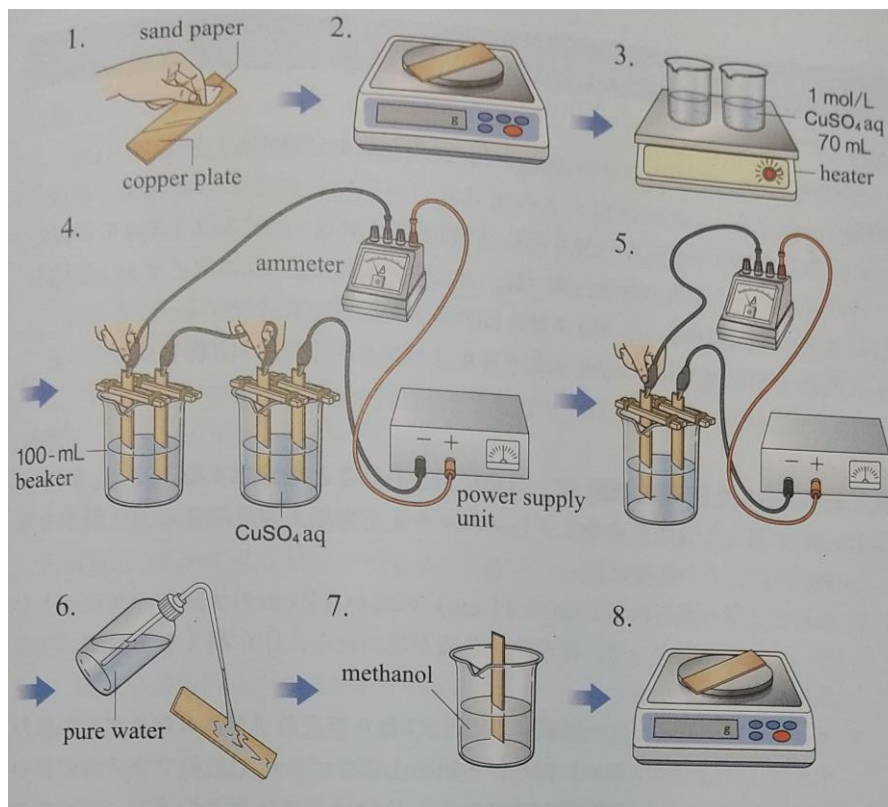


図1 実験手順

	8 minutes 3 seconds		16 minutes 6 seconds	
	Anode	Cathode	Anode	Cathode
Initial Mass[g]	20.00	20.00	20.00	20.00
Final Mass[g]		ア	イ	
Change[g]				

- 問1 下線部①crude copper は、黄銅鉱 CuFeS_2 をコークスや石灰石と反応させて得られる。
- (1) コークスの主成分と同じ元素からできている単体（同素体）を2つ答えよ。
 - (2) 石灰石を加熱して生成した固体に水を加えると、発熱するか、それとも吸熱するか。
 - (3) (2) で水を大量に加えて水溶液にする。この水溶液に CO_2 を過剰に吹き込んだときの、生成物の化学式を答えよ。

問2 下線部②electrolytic refining の和名を漢字4文字で答えよ。

問3 下線部③an aqueous solution of CuSO_4 (1 mol/L)について以下の問いに答えよ。ただし有効数字は2桁とする。

- (1) これと同じ濃度の CuSO_4aq を 200mL 作るのに必要な、硫酸銅(II)五水和物の質量は何gか。
- (2) (1) で求めた質量の硫酸銅(II)五水和物を 80°C の水 82g に溶解した後、 20°C に冷やしたとき、析出する硫酸銅(II)五水和物の質量は何gか。 20°C での CuSO_4 の溶解度を20とする。
- (3) (2) で冷やした後の溶液をろ過して、析出物をすべて取り除いた。この水溶液の凝固点は何 $^\circ\text{C}$ か。 CuSO_4 の電離度を1とする。

問4 表の空欄 **ア** と **イ** に当てはまる理論値を、それぞれ小数第2位まで求めよ。

硫酸銅(II) CuSO_4 の水溶液にアンモニア水を過剰に加えると、深青色の④ $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$ の水溶液になる。このイオンは、図2のような正方形の構造をとり、中心にある金属イオン Cu^{2+} に非共有電子対をもつアンモニア NH_3 が4分子⑤結合してできている。この濃厚な溶液を特にシュワイツァー試薬といい、 $\text{Cu}(\text{OH})_2$ を濃アンモニア水に溶かしてつくる。⑥セルロースをシュワイツァー試薬に少しずつ加えて溶かすと粘稠な液体が得られ、この溶液を細孔から希硫酸中に押し出すと、⑦セルロースが再生する。

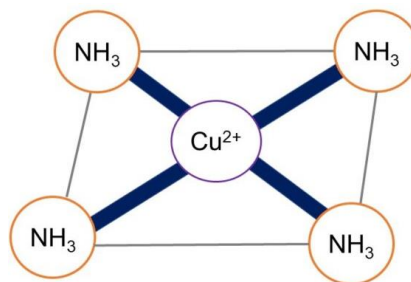


図2 $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$ の構造

問5 下線部④の錯イオンの名称を命名法に従って答えよ。

問6 下線部⑤の結合の名称を答えよ。

問7 下線部⑥について、セルロース $(\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5)_n$ では、 β -グルコース単位どうしがグリコシド結合で次々と結ばれてつながった形で縮合重合し、直線状に伸びている。このグリコシド結合は二糖類のセロビオースにもある。セロビオースの構造を図3を参考にして解答欄に示せ。

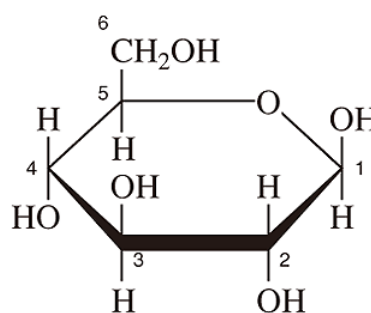


図3 β -グルコースの構造

問8 下線部⑦の再生繊維を何というか。

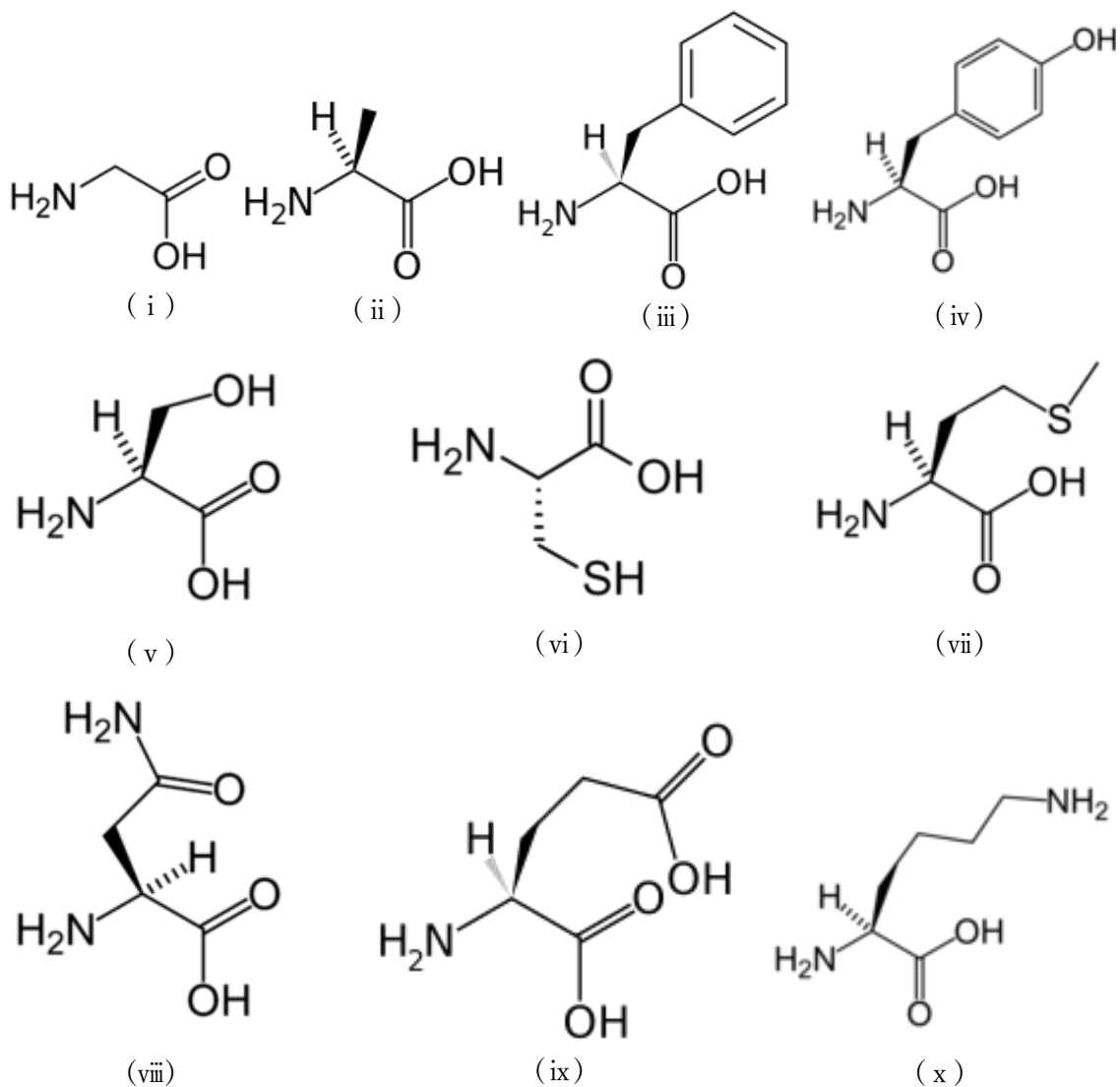
硫酸銅(II)水溶液はタンパク質の反応にも用いられる。⑧タンパク質水溶液に NaOH 水溶液を加えてから少量の硫酸銅(II) CuSO₄水溶液を加えると、Cu²⁺と赤紫色の錯イオンをつくることから、ポリペプチドが検出される。

また、骨格部分に α -ヘリックス構造や β -シート構造をもつタンパク質では、ポリペプチドの鎖の中の C=O 基と N-H 基との距離が近くなり、水素結合ができるようになるので、⑨構造が安定に保たれる。

問 9 下線部⑧の反応の名称を答えよ。

問 10 下線部⑨の安定に保たれたタンパク質の構造を何と呼ぶか。

問 11 タンパク質は約 20 種類の α -アミノ酸が縮合してできている。次の (i)~(x) までの構造式のうち、鏡像異性体がないものを全て選び、そのアミノ酸の名称も答えよ。



第2回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

第5問

人体におけるシアン化カリウムの作用機構に関する以下の文章を読み、問いに答えよ。

シアン化カリウム(KCN：青酸カリ)に代表されるシアン化合物は、非常に強い毒性を持っている。経口摂取されたシアン化カリウムは、胃で胃酸と反応しシアン化水素(HCN)を発生させ、呼吸によって肺から体内に取り込まれる。取り込まれたシアン化水素は、体内で青酸イオン(CN⁻)となる。

青酸イオンは、細胞中にある(ア)のシトクロムオキシダーゼの3価鉄イオン(Fe³⁺)と結合して①細胞呼吸を障害する。そのため、体は低酸素状態に陥り、急激な機能停止となる。脳内の酸素が不足すると呼吸が抑制され、痙攣が生じ、呼吸停止となる。青酸塩類の致死量は、経口摂取で200～300mgといわれている。

問1 (ア)は、細胞呼吸においてクエン酸回路と電子伝達系の場となる。

(1) (ア)に当てはまる語を答えよ。

(2) 以下の語群から(ア)を持つ種を全て選び、記号で答えよ。

- | | | | |
|--------|-------|---------|--------|
| a ヒト | b 枯草菌 | c イシクラゲ | d シイタケ |
| e カイメン | f 酵母菌 | g 根粒菌 | |

問2 図1, 2, 3は下線部①を表した図である。I～IVに当てはまる語を答えよ。また、V～XにはATPもしくはADPのどちらかを答えよ。

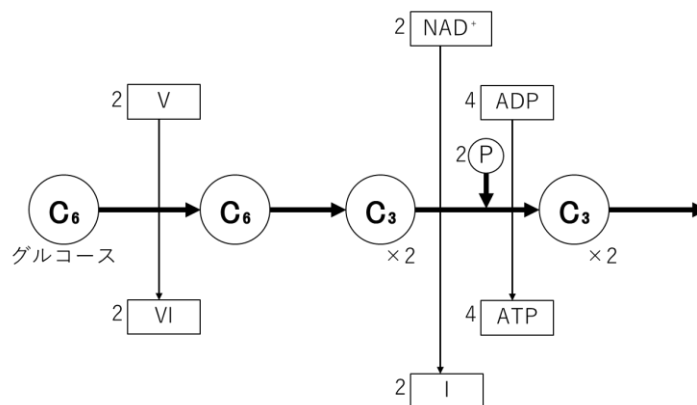


図1

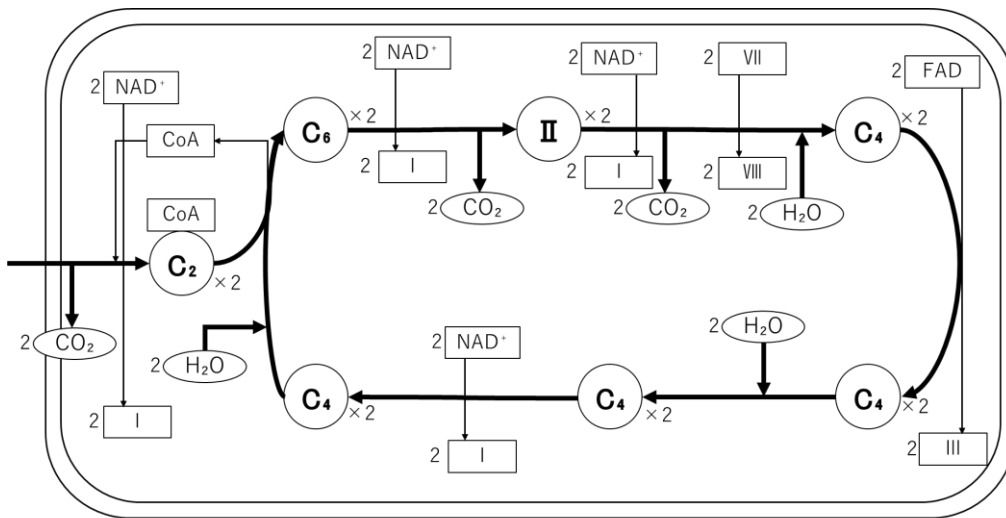


図2

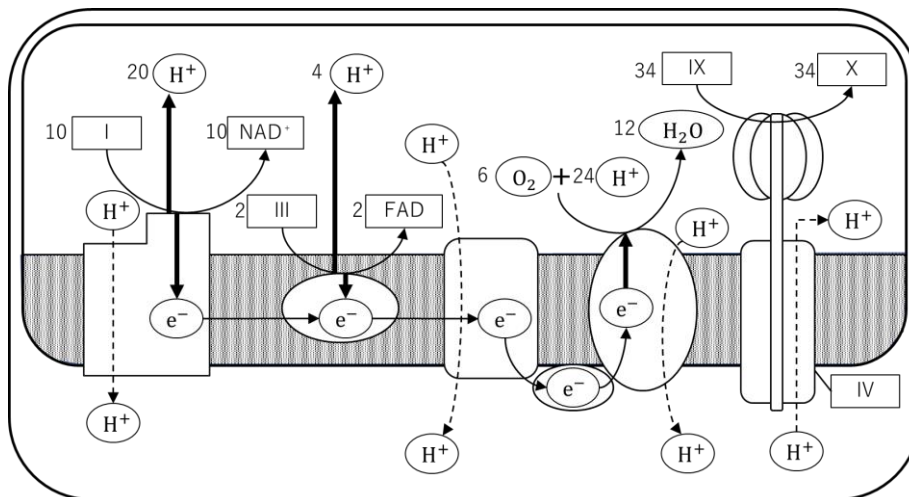


図3

問3 ATP生成に利用される H^+ の濃度勾配は、何の移動エネルギーによってもたらされるか。

問4 細胞呼吸では多くの場合、ATPの実際の生成量は理論値よりも小さくなる。これはなぜか。簡潔に説明せよ。

問5 図3だけでも、 H^+ の濃度勾配に関わる酵素、補酵素、複合体は計5個存在する。この内の1つである、シトクロムオキシダーゼの働きが阻害されるだけで低酸素状態、つまりATPの生成ができなくなる。シトクロムオキシダーゼの H^+ の移動以外の働きとは何か。簡潔に説明せよ。

問6 青酸イオンのある性質によって、青酸中毒で死亡した死体の血液にはある特徴が現れる。以下の問いに答えよ。

- (1) 青酸中毒で死亡した死体の血液の、色に関する特徴を理由と共に簡潔に説明せよ。
また、同様の特徴を示す性質を持つ物質を答えよ。
- (2) 青酸中毒で死亡した死体の血液は、酸性、中性、塩基性のどれか。また、これは嫌氣的条件下でも進行する。なぜ血液のpHが変化するのか。図4を参考にして、「酸化」という語を使って簡潔に説明せよ。

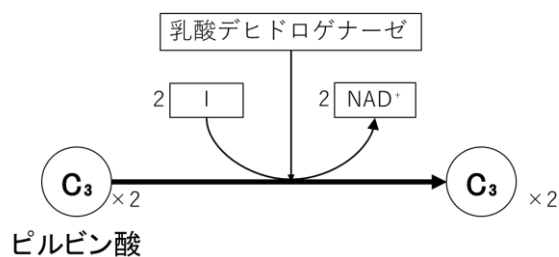


図4

第2回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

第6問

以下の文章を読み、問いに答えよ。

I 生物のゲノム利用において、mRNA の遺伝暗号の解読は必須条件である。その為、多くの研究者が解読に携わり、現在では各コドンが 20 種類のアミノ酸のどれに対応しているのか全て解読されている。解読の歴史は以下の通り。

1955 年、ジョージ・ガモフ(米・露)が①トリプレット暗号説を発表した。この説は暗号解読の根幹となるもので、以降の研究でこの説が正しいことが証明された。

1961 年、マーシャル・ニーレンバーグ(米)は人工的に合成した mRNA を用いて②4 種類のコドンの解読に成功し、1968 年にノーベル生理学・医学賞を受賞した。

1963 年、ハー・ゴビンド・コラナ(米)は③特定の塩基の組み合わせを繰り返す塩基配列を持つ mRNA を用いて、mRNA の遺伝暗号表を完成させた。そしてニーレンバーグと共に 1968 年にノーベル生理学・医学賞を受賞した。

図 1 は、mRNA の遺伝暗号表である。

第1文字	第2文字				第3文字
	U	C	A	G	
U	UUU } フェニル UUC } アラニン UUA } ロイシン UUG }	UCU } UCC } セリン UCA } UCG }	UAU } チロシン UAC } UAA (終止) UAG (終止)	UGU } システイ UGC } ン UGA (終止) UGG トリプト ファン	U C A G
C	CUU } CUC } ロイシン CUA } CUG }	CCU } CCC } プロリン CCA } CCG }	CAU } ヒスチジ CAC } ン CAA } グルタミ CAG } ン	CGU } CGC } アルギニ CGA } ン CGG }	U C A G
A	AUU } イ ソ AUC } ロイシン AUA } AUG メチオニ ン(開始)	ACU } ACC } トレオニ ACA } ン ACG }	AAU } アスパラ AAC } ギン AAA } リジン AAG }	AGU } セリン AGC } AGA } アルギニ AGG } ン	U C A G
G	GUU } GUC } バリン GUA } GUG }	GCU } GCC } アラニン GCA } GCG }	GAU } アスパラ GAC } ギン酸 GAA } グルタ GAG } ミン酸	GGU } GGC } グリシン GGA } GGG }	U C A G

図 1

問1 下線部①について、その内容と根拠を簡潔に説明せよ。

問2 下線部②について、ニーレンバーグは単一の塩基だけを持つ mRNA を用いて実験を行った。下線部②を全て答えよ。

問3 下線部③について、以下の問いに答えよ。但し、どの塩基の組み合わせを1つのコドンとするかは分からないものとする。

(1) トレオニンとヒスチジンが交互に並ぶアミノ酸のみが合成されるような下線部③を、アルファベットを10文字並べて答えよ。

(2) 次に、図2のような mRNA を用いて実験を行うとトレオニンのみアミノ酸、アスパラギンのみアミノ酸、グルタミンのみアミノ酸のいずれかが合成された。トレオニン以外の2つのコドンがそれぞれ、アスパラギンとグルタミンのどちらに当たるのかを確かめることができる下線部③を CとAのみ 10文字並べて答えよ。但し、問2と(1)で判明したコドン暗号以外は未知とする。



図2

II mRNA のコドン暗号のうち終止コドンは、コドン暗号解読に取り組んだ M. ニーレンバーグらの研究では明らかにならず、大腸菌のアルカリフォスファターゼ欠損突然変異体を持ちいる実験によって解明された。この変異体は、状況証拠から、アルカリフォスファターゼ遺伝子内の特定のコドンが終止コドンに変わったために、アルカリフォスファターゼが作られなくなったと考えられていたものである。1塩基置換を引き起こす薬剤で処理することにより、この変異体に新たな突然変異を誘発すると、アルカリフォスファターゼ活性が回復した細胞（復帰変異体）が出現した。復帰変異体からアルカリフォスファターゼタンパク質を単離してアミノ酸構成を分析し、野生型と比較した結果、復変異体によって、アルカリフォスファターゼのアミノ酸が野生型と同じであったり、少し異なっていたりした。異なっている場合は、野生型とくらべて、トリプトファンが1つ不足、代わりにリジン、グルタミン、チロシンのいずれかが1つ多かった。

問4 この実験結果から、元の変異体でアルカリフォスファターゼ遺伝子内部にあった終止コドンは、以下のどれに該当すると考えられるか。図1をもちいて推定し、該当するものをA~Hから選べ。

- A. UAA B. UAG C. UGA D. UAA & UAG E. UAA & UGA
F. UAG & UGA G. UAA & UAG & UGA H. どれも推定できない

問5 図1の様に、アミノ酸によっては2種類以上の同義語コドンが存在する。この主な理由を簡潔に説明せよ。また、この理由の仮説を何と言うか。

第2回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

第7問

次の文章は国際情報機関が新設予定の新施設について専門家会議を行った際の記録の1部である。(架空現実)文章を読んで以下の問いに答えよ。

John: つまり、君は海中施設の中で半永久的に自活できるというのかね。海中だということは忘れてはいないだろうね。

羌: ええ。我々はろ過を通じて(1)様々な物質を海水から直接得ることができます。また、海洋の性質をうまく利用すれば効率的に食料を調達し続けることができます。

Alli: 海洋の性質を利用...ですか。どのように利用するのですか。

羌: まず、前提として我々は世界中の情報を得るために一定周期で地球中を周回し、各諜報機関とできるだけ近い位置で安全な回線を用いて通信するという目的があるのは皆さんが承知の通りでしょう。したがって、当然いかに効率的に船体を移動させるのかということが非常に重要な課題となってきます。このとき、食料のバリエーションや各地点の地形の関係から鉛直方向にも移動することが必要となってきます。そこで役に立つのは(2)エクマン輸送を緯度によっては利用するという事です。エクマン輸送は状況によりますが、海洋中で上昇運動または下降運動を行います。これを利用するのは環太平洋造山帯が連なり水深が比較的深くなっている(3)日本沖やメキシコ沖で利用するのが良いでしょう。続いて水平方向の循環についても考えてみましょう。赤道を除くすべての海域では地衡流というものが発達しそれが(4)かなりの速度で海水を移動させています。表層の海水については(5)という循環によって循環がなされていますが、これは海上風によってもたらされており、亜熱帯循環系では貿易風や偏西風、亜寒帯循環系では偏西風の影響を強く受け、熱を効率よく地球全体に運んでいます。しかし、その流速が0.2m/s程度と非常にゆっくりで、あまり今回のプロジェクトには役に立たないでしょう。

John: 分かった。非常に面白いメカニズムだ。私もこれについて一つ意見させてもらおう。海流を用いた輸送についてだが、コンベアーベルトという海流の軌道にうまく船体を乗せることができれば、うまくいけば君の想定より遙に効率的に移動できるだろう。あと...懸念すべきことはやはり潮汐の影響だな。特に大潮の日になると海水の鉛直方向の動きも鈍くなる。そこをどのように避けるかも議論の余地がありそうだな。

Alli: 羌さん Johnさんありがとうございます。では、もう少し議論は続きそうですが、徐々に航路も決めていきましょう。

(1) 右の表1は海水に含まれる塩類の組成を示している。ただし、空欄にはNaCl、MgCl₂、Na₂SO₄、CaCl₂、KClのいずれかの物質が入る。いま1tの海水を施設内に取り込みろ過したとき、採集できるNaCl、MgCl₂、Na₂SO₄、CaCl₂、KClの質量はそれぞれ何kgか。有効数字3桁で答えよ。ただし、海水中の塩類の濃度は35%、塩類はすべて析出するとする。

塩類	質量パーセント
	68
	14.44
	11.36
	3.2
	1.93
炭酸水素ナトリウム	0.56
臭化カリウム	0.3
その他	0.21

(2) エクマン輸送は緯度によって上昇運動をしたり下降運動したりする。次の緯度経度とエクマン輸送の運動の様子についての組み合わせの内最も適切なものを一つ選べ。

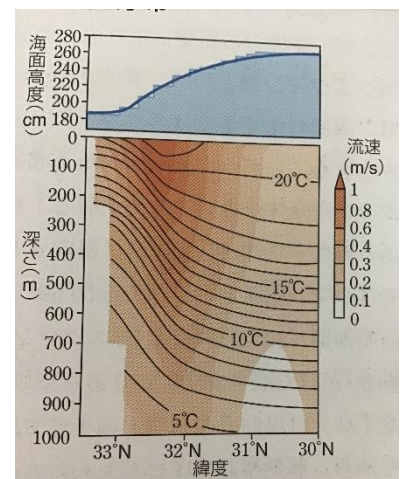
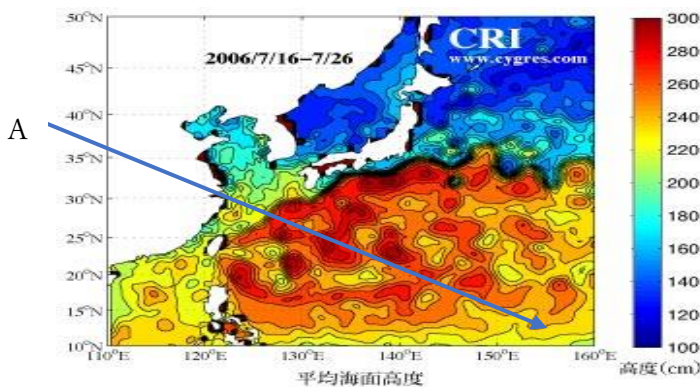
1. W100' N25' ゆっくり上昇
2. W20' N70' 上昇
3. E80' S30' 激しく下降
4. E150' N40' 下降

(3) 日本沖やメキシコ沖では海流の流れが速く水平方向にも鉛直方向にも流れが速くなっている。この原因を表す言葉を次の内から一つ選べ。

[ヒント]世界の各大洋では亜熱帯高気圧の周りを吹く貿易風や偏西風によって表層に時計回りの巨大な水平循環が形成されている。

1. 西岸強化
2. エクマン吹送流
3. 南方振動
4. ハドレー循環

(4) 右の図はE134'断面における黒潮(2005年4月28日気象庁観測)である。流速は海面高度の傾斜の強さに比例することからこの時の流速に対する斜度の比例定数[m/s]を求めよ。また、これを利用して、下の図の点Aにおける流速を求めよ。



(5) (5) に当てはまる語句を漢字4文字で答えよ。ただし、漢字間違いやひらがなによる回答は誤答とみなす。

- (6) 最後に Johnさんはコンベアーベルトについて言及しているが、コンベアーベルトは極圏の海水が塩類を排除しながら凍るため海氷の下に低温で塩分の高い水が形成され、沈み込みが促進されることが原因で形成される。このとき、海氷の下にある低温の海水の凝固点は何°Cになるか。ただし海水中の塩類の濃度を 35%とし、食塩以外の塩類は無視する。水のモル凝固点降下を $1.85(\text{K} \cdot \text{kg})/\text{mol}$ として計算せよ。
- (7) また Johnさんは潮汐についても言及している。月と地球は地球の中心から月に向けて地球半径の 0.75 倍のところにある共通重心の周りを公転している。赤道直下の海面について大潮の時、海面高度は通常より何 m 上昇するか。海水の密度を $1\text{kg}/\text{m}^3$ 、地球の質量を $6.0 \times 10^{24}\text{kg}$ 、月の質量を $7.3 \times 10^{22}\text{kg}$ 、地球の半径を 6500km、地球と月の間の平均距離を $3.8 \times 10^5\text{km}$ として計算せよ。また万有引力定数は $6.67 \times 10^{-11}\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s})$ である。



第2回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

第8問

会議はまだ続いた。以下の文章を読んで、あとの問いに答えよ。

Alli：航路についての懸念点は何でしょう。

Hopkins：やはり、海底火山の影響については考慮した方がよいでしょう。まず大前提として、プレート拡大境界及びプレート沈み込み境界はなるべく短時間で通過すべきです。次に注意したいのは(1)ホットスポットの存在です。ホットスポットはハワイ諸島や天皇海山列のようなプレート境界から遠く離れたところにできる火山帯のことです。プレート境界から離れているため、大したことがないようにも感じられるかもしれませんが、実際、非常に活発な火山活動が観測されています。これは、プルームというマグマの通り道で(2)物理的な作用によって地表にマグマが噴出していることから説明できます。また、マンツルのある場所にはスーパープルームというマンツル物質の上昇がみられる地帯があります。反対にアジア大陸地下にはコールドプルームというマンツル物質を下降させる流れがみられる地帯があり、こういった大規模で激しい熱循環によって、プレートは動いていると考えられるのです。この考えをプレートテクトニクスと言います。おっと、話がそれてしまいました。っと、とにかく火山帯の近くは避けたいところだということです。

Alli：なるほど。そういえば、火山と言いましたら日本は火山大国でしたよねえ。同時に地震も多い国ということも聞きます。本施設は海洋中を移動する予定ですが、もし、近海で地震が起こった場合どのような対処をすればよいでしょうか。また、地震はどのように察知すればよいでしょうか。

本間：まず、入りやすい地震の予見法から参りましょう。地震の存在の有無は緊急地震速報と似たような形式をとるのが良いでしょう。ただし、(3)観測に使う波は注意したいところです。また、その地域での地震の起こりやすさはその地域の(4)変動地形と形成年代を調べれば予測できます。こういう感じで予測をすることは不可能ではないんですが、やはり一度起こってしまうとどうしようもありませんね。唯一とるとするならば、海底地盤に船体を固定することですがこれもあまり現実的ではないでしょう。何しろ地盤は、「動き」ますから。

Hopkins：はっはっは。そうですな。やはり我々の力では自然の驚異には太刀打ちできませんな！

羌：ちょっと Mr. Hopkins。縁起でもないようなことを言わないでください。

Alli：しかし、これだけ課題が出てしまえば、すこし解決には時間がかかりそうですね。

- (1) 下線部 (1) 「ホットスポット」とあるが、ホットスポットはその性質としてその場所がほとんど変化しないことが知られている。これを用いるとプレートが1年にどれだけ移動しているか予測することができる。次の表は天皇海山列の一部である。このプレートはどの方向 (4方位) に平均どれだけの速度 (単位° /year) で移動していたかをもとめ、このことから考察できることを述べよ。ただし速度成分はプレートの移動方向のみに限ってよいものとし、記述の分量は採点基準に含まないものとする。

海山名	緯度経度 (°)	形成年代 (万年)
明治海山	53.2 164.5	8500
デトロイト海山	51.5 167.5	8100
推古海山	44.5 170.3	6470
仁徳海山	41.0 170.6	5620
応神海山	38.25 171.0	5520
光考海山	35.25 171.5	5000
欽明海山	35.0 171.6	4790
雄略海山	32.6 172.25	4340
桓武海山	32.0 173.0	4300
大覚寺海山	32.0 172.25	4200

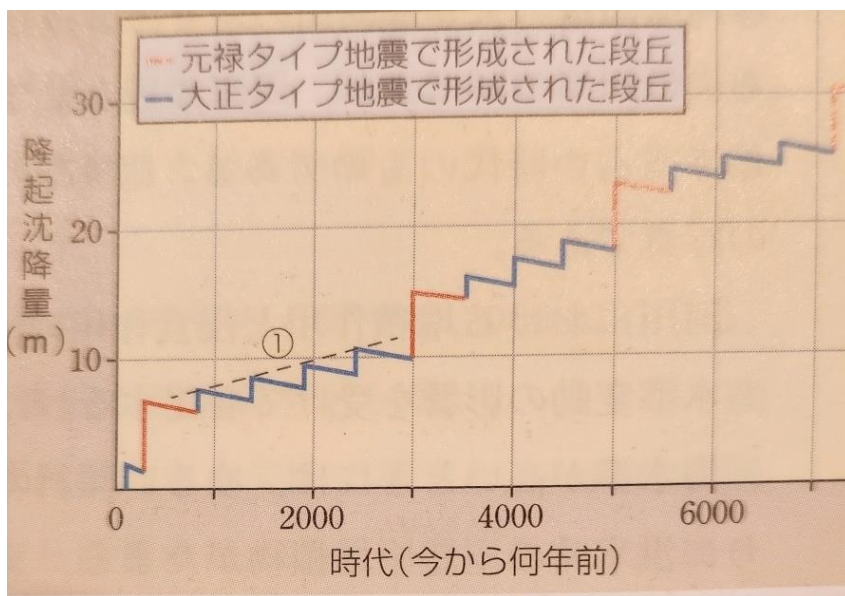
- (2) 下線部 (2) 物理的作用とあるが、火山のマグマはどのように地表に噴出するか。本文を参考にプルームの性質に触れて論述せよ。ただし、分量は採点基準には含まないものとする。
- (3) (イ) 下線部 (3) で「観測に使う波は注意したい」と述べられているが、これは海中で伝播する波は地上で観測する波と異なる向きで伝播してくるからである。この伝播する波の名称と伝播してくるおおよその向きとして正しい組み合わせを次の1から4の中から一つ選べ。伝播する波は縦波であり、海上の船を揺らすこともあることに留意せよ。

1 : P波、水平 2 : 表面波、鉛直 3 : S波、水平 4 : P波、鉛直

(ロ) 次の図は本文中で話題となっている海中施設で初めに伝播波を感知した部分 (pointA) と最後に伝播波を感知した部分 (pointB) の伝播波に関するデータである。これをもとに、この海中施設の上下または左右の幅を求めよ。解答には「上下」または「左右」のどちらかを明記すること。

Observing Point	Signal Gain	Signal Out
Point A	15:20:30.05	15:20:30.10
Point B	15:20:30:07	15:20:30:14
100K away from origin	15:20:45	15:21:00

(4) 下線部 (4) にあるとおり、海岸段丘や河岸段丘、断層などの変動地形を観察し、その形成年代を求めることによって、その土地での地震の起きやすさを予測することができる。次の図は房総半島南端における地盤の隆起活動の概念図である。赤色が元禄タイプ、青色が対象タイプの地震を示している。いま房総半島南端の平均隆起速度は 4mm/Y である。これは、対象タイプ地震が続いているときの平均隆起速度の何倍か求めよ。また、房総半島南端にある房総半島最南端之碑の地中にあった落ち葉の炭素濃度を測ったところ、もとの 12.5% となった。この落ち葉を採取した地層の深さを整数で求めよ。ただし、炭素の半減期は 5.73×10^3 年とする。





第 2 回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

第 9 問

$n \times n$ マスの正方形のマス目がある。 $(n \geq 2)$

それぞれのマス目を、赤、黄、青、緑の 4 色で塗り分ける。

どの 2×2 マスの正方形をとり出しても、赤、黄、青、緑の 4 色が入るような場合の数を考える。ただし回転によって重なる場合の数も異なるものとして数える。

問 1 $n = 3, 4$ のときの場合の数を求めよ。(答のみ)

問 2 $n \times n$ マスのときの場合の数を求めよ。



第 2 回湖風祭コンテスト 科学の甲子園部門

第 10 問

長方形 ABCD がある。辺 BC 上に点 M, 辺 CD 上に点 N, 辺 DA 上に点 P, 辺 AB 上に点 Q をとったところ,

$MC : CN = MP : PQ = 3 : 4$, $CN = ND$, $\angle MNP = \angle MPQ = 90^\circ$
が成り立った。

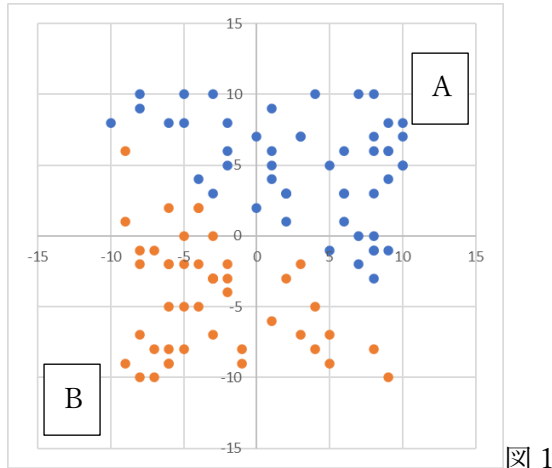
問 1 AB : BC を求めよ。

問 2 $a^2 + b^2 = 125^2$ をみたす互いに素な 2 つの自然数 a, b の組を 1 組挙げよ。

※この問題では、特に指定がない限り、代数はすべて実数の範囲をとる。

※必要に応じて後記の自然対数表の値を用いて構わない。

2次元平面上の点を2つの集合AとBに分類することを考える。今、N個の点が平面上にある。(x,y)座標と、集合AまたはBのラベルがつけられているとき、N+1個目の点がAかBのどちらに属するかを求めるシステムを作る。



例えば、上図1において青点の集合をA、橙点の集合をBとする。見て分かるように、この問題では平面上の各点は1本の直線によって線形分離できるものとする。(この問題において線形分離できるとは2次元平面上の2つの集合を1本の直線で分離できることを指す。)今回、集合AとBを直線 $ax + by + c = 0$ の上側と下側とで分離する。

問. $u = ax + by + c \dots\dots ①$ と置く。すると、 $u > 0$ であるとき集合Aに属し、 $u < 0$ であるときBに属すると定義できる($u = 0$ の場合は無視するものとする)。

ところが、現在平面上の各点はAかBのどちらに属するかの情報しか持たないため、 u の値は与えられていない。ここで、 $u > 0$ であるとき1に近似し、 $u < 0$ であるとき0に近似する関数 U を定義する。

U は一般に以下のように定義される。

$$U = \frac{1}{1 + e^{-u}} \quad \dots\dots ②$$

(1) $u = 2x + 3y - 1$ のとき、 $x = 0, y = 0$ における U の値を有効数字3桁で答えよ。また、A、Bのどちらの集合に属するか答えよ。

全ての点について $f(u)$ の値と目的の値(0または1)との差が小さいほど、 $u = ax + by + c$ の直線が適切に平面を分離していることになる。よって、これを評価する関数 L を「損失関数」と呼び、次のように定義する。

$$L = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \{-t_s \log U_s - (1 - t_s) \log(1 - U_s)\}$$

ここで、 $s = 1, 2, 3, \dots, N$ であり、平面上の N 個の点について、それぞれ座標が (x_s, y_s) 、そのときの u, U の値が u_s, U_s 、またどちらの集合に属するかを示す値が $t_s (= 0, 1)$ である。点が A に属するとき $t_s = \boxed{\text{ア}}$ である。

さらに、各点において損失 $L_s = -t_s \log U_s - (1 - t_s) \log(1 - U_s) \dots\dots\dots$ ③ と置くと、

$$L = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N L_s \dots\dots\dots$$
④

となり、これは各点における損失 L_s の平均である。

(2) $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまる数を答えよ。

(3)(1)と同じ点(0,0)について、損失 L_s を有効数字2桁で求めよ。

損失関数 L が最小値であるとき、「全ての点について $f(u)$ の値と目的の値(0または1)との差が小さい」と考えられる。よって現在の a, b, c の値が適当であるかを評価するために、損失関数 L を a, b, c で微分する。

これまでの式を合成すると、損失関数 L は a, b, c それぞれの関数であることが分かる。損失関数 L に最小値があると仮定できる場合、 a, b, c の値で微分して得られた接線の傾きが0に近いほど最適な a, b, c の値に近いと考えられる。これが損失関数 L を微分する理由である。

まず、損失関数 L を a で微分することを考える。まず、式④について、

$$\frac{dL}{da} = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \frac{dL_s}{da} \dots\dots\dots$$
⑤

と表すことができる。これによってさらに式③について a で微分することを考える。ここで、式③の中に直接 a の文字はない。一方、式③中の U_s は式②より u_s の関数、さらに u_s は式①より a の関数であることが分かるから、合成関数の微分法より、

$$\frac{dL_s}{da} = \frac{dL_s}{dU_s} \cdot \frac{dU_s}{du_s} \cdot \frac{du_s}{da}$$

ゆえに、まず、式③を U_s で微分する。ここで、

$$\frac{d}{dx} \log x = \frac{1}{x} \quad \frac{d}{dx} f(ax+b) = af'(ax+b) \quad (a, b \text{は定数})$$

を利用する。 t_s は U_s の関数ではないことから、このとき定数として扱うことができる。よって、

$$\frac{dL_s}{dU_s} = \boxed{\text{イ}}$$

(4) $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる文字式を書け。

続いて、式②の微分は、

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x \quad \frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

を利用して求められる。これより、 $\frac{dL_s}{dU_s}, \frac{dU_s}{du_s}$ が得られたから、

$$\frac{dL_s}{dU_s} \cdot \frac{dU_s}{du_s} = \boxed{\text{ウ}}$$

(5) $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる文字式を書け。

またこのとき、式①についても、 a 以外の文字を定数として扱うことで、

$$\frac{du_s}{da} = x_s$$

と求めることができる。これは b, c においても同様であり、特に c では

$$\frac{du_s}{da} = 1$$

となる。これにより、 $\frac{dL_s}{da}, \frac{dL_s}{db}, \frac{dL_s}{dc}$ を得られ、さらに式⑤より、 $\frac{dL}{da}, \frac{dL}{db}, \frac{dL}{dc}$ が求められる。

ここまでで、現在の a, b, c の値が適当であるかが評価できた。したがって、それをもとに a, b, c の値がより適切になるよう更新する。

更新前の a の値を a_{before} 、更新後を a_{after} とすると、値を更新する式は

$$a_{after} = a_{before} \boxed{\text{エ}} \eta \frac{dL}{da} \dots\dots \text{⑥}$$

となる。このとき η は学習率と呼ばれ、任意の正の実数で、一般に1に満たない小さい値を用いる。

(6) $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる±を答えよ。

b, c の値についても同様に計算することができる。式⑥(と同様な b, c の値の更新式)を繰り返し計算することで a, b, c の値を更新していき、 a, b, c の値が収束すると、2つの集合A, Bを線形分離できる直線 $ax + by + c = 0$ が得られる。

このとき、式①に $N+1$ 個目の点の x 座標と y 座標を代入して得られた u の値から、この点が集合A, Bのどちらに属するかを求められる。

(7)ここまでの処理を実際にプログラムとして実行することを考える。これまで線形分離ができるよう N 個の点を用いて a, b, c の値を更新し、 $N+1$ 個目の点が属する集合を推定した。これは、「 N 個の教師データをもとに学習を行う」と呼ぶ。しかし、実際は、 N 個の教師データを複数のデータのまとまりにランダムに分割してそれぞれのデータのまとまりごとに学習を行い、 a, b, c の値を複数回更新することが多い。データを複数回に分割して学習させる利点を述べよ。

(自然对数表)

e	2.718282		
1/e	0.367879		
log1	0.000000	log11	2.397895
log2	0.693147	log12	2.484907
log3	1.098612	log13	2.564949
log4	1.386294	log14	2.639057
log5	1.609438	log15	2.708050
log6	1.791759	log16	2.772589
log7	1.945910	log17	2.833213
log8	2.079442	log18	2.890372
log9	2.197225	log19	2.944439
log10	2.302585	log20	2.995732

※下の図 1 の座標について、この問題では(行,列)の順に表記する。

列

	0	1	2	3	4
0	0	0	0	+3	GOAL
1	0	+1	0	-2	-1
2	+1	0	-2	+2	0
3	0	0	+1	0	0
4	START	-1	0	0	0

行

図 1

図 1 は 2 次元平面上の盤であり、各マスには値、あるいは「START」、「GOAL」の文字与えられている。マス上の値は得点であり、今回、スタートから移動してできるだけ得点を獲得しながらゴールを目指すプログラムについて考える。

問.始めに START の位置に駒を置くとする。これを一般にエージェントと呼ぶ。今回は、このエージェントを縦横の 4 通りに 1 マスずつ移動させることで、盤の上を進む。エージェントは各マスに辿り着くと、そのマスにある得点を得る。

ここで、エージェントの行動目的について考える。現段階では、「得点を獲得すること」と「ゴールすること」である。これを一つにまとめるために、ゴールのマスに+10 点を付与する。他のマスよりも優位な配点にすることで、「得点を獲得すること」の行為の中でゴールへ向かうようにしている。

これでエージェントの行動目的が「得点を獲得すること」の一つにまとまった。この目的を指標に、どのように行動すればよいかを決める。このとき、各マスで次にとる行動の価値が分かれば、価値がもっとも高い行動を選ぶことでより効率のよい経路を通ることができる。

各マスでとる行動の価値について考えるために、「累積報酬」という考えを導入する。これは、現在の時点での状態(この間においてはマス)においてある行動をとったときの報酬(この間においては得点)と、その行動後の状態からもっとも得点が高くなる最適な行動を選択しつづけたときのゴールまでに得た報酬の和のことである(図2参照)。

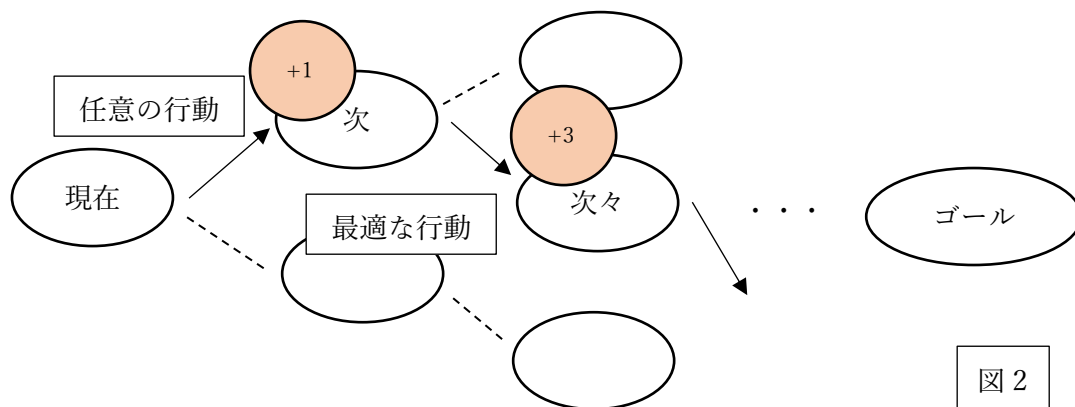


図 2

現在の時点 t をおき、各時点 t でとった行動の報酬を $r_t, r_{t+1}, r_{t+2}, r_{t+3} \dots$ とすると、現在の時点における累積報酬 G_t は

$$G_t = r_t + r_{t+1} + r_{t+2} + r_{t+3} + \dots \quad \text{……①}$$

となる。

(1)今、図1における(3,0)のマスにいるとする。ここで、上のマス、すなわち(2,0)に移動する行動に対する累積報酬を求める。このとき仮に、(2,0)からゴールまでの最適な行動が(1,0)→(1,1)→(0,1)→(0,2)→(0,3)→(0,4)でゴールすることだとした場合のこれを求めよ。

(2)(1)と同様に(3,0)→(2,0)に移動する行動の累積報酬を求める。今回はその後の行動が(2,1)→(1,1)→(2,1)→(1,1)→(1,2)→(0,2)→(0,3)→(0,4)でゴールする場合のこれを求めよ。

式①で得られる累積報酬は、どの時点で獲得する報酬でも等価値である。しかしこの方法では、寄り道をするほど報酬が多くなるため、一向にゴールへ向かわない可能性がある。これでは、「ゴールすること」の目的が達成されない。

そこで、割引率 γ を導入する。 γ は $0 \leq \gamma \leq 1$ の範囲の実数である。これを式①に適用すると、

$$G_t = r_t + \gamma r_{t+1} + \gamma^2 r_{t+2} + \gamma^3 r_{t+3} + \dots \quad \dots\dots ②$$

と表せる。式①と比較すると、 γ が $0 \leq \gamma < 1$ のとき、未来の報酬ほど低く評価されていることが分かる。つまり、寄り道をするほど、ゴールで得られる報酬は割引いて評価されるため、「得点を獲得しながらもゴールを早めに目指す」ようエージェントに行動させることができる。ちなみに $\gamma = 0$ のとき、未来の報酬は一切考慮に入れられず、対して $\gamma = 1$ のときは式①と同値である。

(3) $\gamma = 0.5$ とすると、(1)と同じ行動経路での累積報酬を $G_{(1)}$ 、(2)と同じ行動経路での累積報酬を $G_{(2)}$ として、 $G_{(1)} - G_{(2)}$ の値を求めよ。

さらに、式②を変形すると、

$$G_t = r_t + \gamma(r_{t+1} + \gamma(r_{t+2} + \gamma(r_{t+3} + \dots$$

となることより、この式は、

$$G_t = r_t + \gamma G_{t+1} \quad \dots\dots ③$$

と表すことができる。これは、未来の報酬から漸化的に逆算する式であり、これによって、現在の時点での状態からとる行動の価値について、その行動で直接得る報酬と、次の時点での状態から最適な行動を選択しつづけた場合の累積報酬のみから判断することができることを示している。

式③に表される累積報酬 G_t を求める式は実際に試行する上では正確な式ではない。実際は、時点 t での値の計算について条件として、「時点 t での状態 s_t 」「時点 t でとった行動 a_t 」を引数にもつ。そこで累積報酬 G_t を次のように表記しなおす。

$$G(s_t, a_t)$$

これを用いて式③を表記しなおすが、式③における G_t は正しくは「時点 $t + 1$ での状態 s_{t+1} 」において取り得る行動の中でもっとも累積報酬が高くなる行動 a_{t+1} の累積報酬である。これを、

$$\max_{a_{t+1} \in a} G(s_{t+1}, a_{t+1})$$

と表す。よって式③を次のように表記しなおすことができる。

$$G(s_t, a_t) = r_t + \gamma(\max_{a_{t+1} \in a} G(s_{t+1}, a_{t+1})) \quad \dots\dots ④$$

ここで、「時点 t でとった行動によって得た報酬 r_t 」も引数として必要ではないかという疑問をもつかもされない。しかし、 r_t は s_t, a_t が与えられた際に一意に値が決まるため、今回引数として数えないものとする。

これまで、「最適な行動を選択しつづけた場合」という条件のもとに未来の時点についての累積報酬を考えてきた。しかし式④から分かるように、各時点での累積報酬はあくまでその先の時点での累積報酬の値に依存している。そのため実際は試行を繰り返すことで、各時点での最適な行動を推定する。試行によって得られる累積報酬の推定値を保持する関数を行動価値関数(Q 関数)と呼び、 $Q(s_t, a_t)$ と表す。

式④において、 $G(s_{t+1}, a_{t+1})$ は、実際は試行による推定値であるから、 $Q(s_{t+1}, a_{t+1})$ と置き換えて、

$$G(s_t, a_t) = r_t + \gamma(\max_{a_{t+1} \in a \text{ at } s_{t+1}} Q(s_{t+1}, a_{t+1})) \dots\dots\dots\textcircled{5}$$

さらに式⑤で得た $G(s_t, a_t)$ を用いた $Q(s_t, a_t)$ の更新式は、更新前を $Q_{\text{before}}(s_t, a_t)$ 、更新後 $Q_{\text{after}}(s_t, a_t)$ として、

$$Q_{\text{after}}(s_t, a_t) = (1 - \alpha)Q_{\text{before}}(s_t, a_t) + \alpha G(s_t, a_t) \dots\dots\dots\textcircled{6}$$

と置ける。一般に α は学習率と呼ばれ、 $0 < \alpha < 1$ の範囲の任意の実数をとる。エージェントが試行するごとに式⑤と⑥を用いて、各状態における行動の価値を推定し、それをもとに行動を選択する。

(4) $Q(s_t, a_t)$ は初期値 0 を各状態 s_t 、行動 a_t について与えることが多い。これは辞書型のデータ列を用いることで再現できる。また、 (s_t, a_t) の段階でゴールした場合、 $Q(s_{t+1}, a_{t+1})$ はすべて 0 である。このことより、「試行で得られた一連の状態と行動について、どの時点 t から順に抜き出して $Q(s_t, a_t)$ の更新に用いても構わない。」真か偽か答えよ。また、その根拠となる説明を 1~4 から 1 つ選べ。

1. 状態 s_t から次の状態 s_{t+1} に移る過程には試行全体の状態の変化が影響するから。
2. すべての状態 s_t 、行動 a_t について $Q(s_t, a_t)$ と $Q(s_{t+1}, a_{t+1})$ の値が定義されているから。
3. $Q(s_t, a_t)$ の初期値がすべて 0 であるため、式⑤における $Q(s_{t+1}, a_{t+1})$ の最大値が求められないから。
4. $Q(s_t, a_t)$ の更新には時点 t からみた現在の状態 s_t 、行動 a_t のみが必要だから。

この Q 関数を用いてエージェントに行動選択を学習させる手法を Q 学習と呼び、これは強化学習の手法の一種である。また Q 学習は最近ではニューラルネットワークと合わせて用いられることが多い。具体的には、推定値を保持する関数 $Q(s_t, a_t)$ をニューラルネットワークで近似関数として再現する。これにより、式⑥をニューラルネットワークの学習に置き換えることができる。

(5)ニューラルネットワークは超平面における線形変換を組み合わせることで様々な多変数関数を疑似的に再現するものである。 Q 学習にこれを用いるメリットを簡潔に述べよ。